

Výsledky a řešení podzimního matematického testu 2021

DIDAKTICKÝ TEST MA ŘEŠENÍ 2021 PODZIM

Podívejte se na **orientační výsledky** včetně **detailního postupu řešení didaktického testu z matematiky**, který se objevil u **podzimního** termínu státní maturity **2021**. Výsledky a řešení pro vás již tradičně vypracoval Nový Amos. Prohlédněte si je a porovnejte si výsledky s těmi vlastními, abyste zjistili, jak se vám dařilo nelehké úlohy vyřešit. **Všem maturantům přeje mnoho úspěchů NovýAmos.cz.** Výsledky a řešení také skvěle poslouží při učení se na další termíny státní maturity z matematiky.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - podzim 2021

Zadání didaktického testu z matematiky 2021 podzim

Zadání úlohy 1

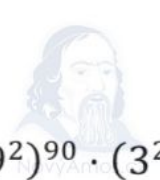
1 bod

1 Upravte na mocninu se základem 9:

$$81^{90} \cdot 3^{300} =$$

Řešení úlohy 1

1)


$$81^{90} \cdot 3^{300} = (9^2)^{90} \cdot (3^2)^{150} = 9^{180} \cdot 9^{150} = 9^{330}$$

Zadání úlohy 2

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Uvnitř lesa o výměře $\frac{a^2}{2}$ je oplocena obora tvaru čtverce se stranou délky $\frac{a}{5}$, kde veličina a je vyjádřena v metrech.

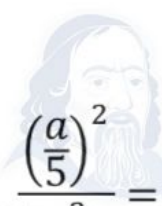
(CZW)

1 bod

2 Určete zlomkem v základním tvaru, jakou část lesa zabírá obora.

Řešení úlohy 2

2)


$$\frac{\left(\frac{a}{5}\right)^2}{\frac{a^2}{2}} = \frac{a^2}{25} \cdot \frac{2}{a^2} = \frac{2}{25}$$

Zadání úlohy 3

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Rozpuštěním 2 gramů účinné látky ve vodě jsme vytvořili roztok.
Hmotnost účinné látky tvoří 5 % hmotnosti roztoku.

(CZW)

1 bod

3 Vypočtěte, v kolika gramech vody jsme účinnou látku rozpustili.

Řešení úlohy 3

3)



Zadané 2 gramy tvoří 5% roztoku. Nás zajímá zbylých 95 %, což je 19krát více.

$$2 \cdot 19 = 38g$$

Zadání úlohy 4

4 Je dán výraz:

$$\frac{\sqrt{c} - 3}{9} - \frac{2}{3}$$

Určete $c \in \mathbb{R}$, pro které je hodnota daného výrazu rovna nule.

Řešení úlohy 4

4)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{c} - 3}{9} - \frac{2}{3} &= 0 \quad / \cdot 9 \\ \sqrt{c} - 3 - 6 &= 0 \\ \sqrt{c} &= 9 \\ c &= 81 \end{aligned}$$

(Zkouškou můžeme ověřit platnost kořene iracionální rovnice)

Zadání úlohy 5

max. 2 body

5 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ zjednodušte:

$$\left(\frac{2}{x+2} + \frac{x}{2-x} \right) : \frac{x^2+4}{x+2} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 5

5)

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x+2} + \frac{x}{2-x} \right) : \frac{x^2+4}{x+2} &= \frac{2 \cdot (2-x) + x \cdot (x+2)}{(x+2)(2-x)} \cdot \frac{x+2}{x^2+4} = \frac{4-2x+x^2+2x}{(2-x)(x^2+4)} = \\ &= \frac{4+x^2}{(2-x)(x^2+4)} = \frac{1}{2-x} \end{aligned}$$

Zadání úlohy 6

6 V oboru R řešte:

$$\frac{1}{x-5} + 1 = \frac{2x-9}{x-5} + \frac{1}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 6**6)**

Podmínky: $x \neq 5, x \neq 1$

$$\frac{1}{x-5} + 1 = \frac{2x-9}{x-5} + \frac{1}{x-1} \quad / \cdot (x-5)(x-1)$$

$$x-1 + (x-5)(x-1) = (x-1)(2x-9) + x-5$$

$$x-1 + x^2 - 5x - x + 5 = 2x^2 - 2x - 9x + 9 + x - 5$$

...

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0$$

$$\mathbf{x = 0}$$

(Druhý kořen vyplývající z kvadratické rovnice by nesplňoval určenou podmínku)

Zadání úlohy 7**1 bod****7 V oboru R řešte:**

$$y^2 + 40y + 400 > 0$$

Řešení úlohy 7

7)

$$y^2 + 40y + 400 > 0$$

$$(y + 20)^2 > 0$$

Druhá mocnina reálného čísla je vždy nezáporná. Stačí vyřadit z reálných čísel možnost rovnosti – ta nastává pro $y = -20$

$$y \in \mathbb{R} - \{-20\}$$

Zadání úlohy 8

max. 2 body

8 V intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ řešte:

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sin x}{\cos x} = -1$$

Řešení úlohy 8

8)

$$\frac{\sqrt{3} \sin x}{\cos x} = -1$$

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} x = -1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$x_1 = \frac{5\pi}{6}$$

$$x_2 = \frac{11\pi}{6}$$

Zadání úlohy 9

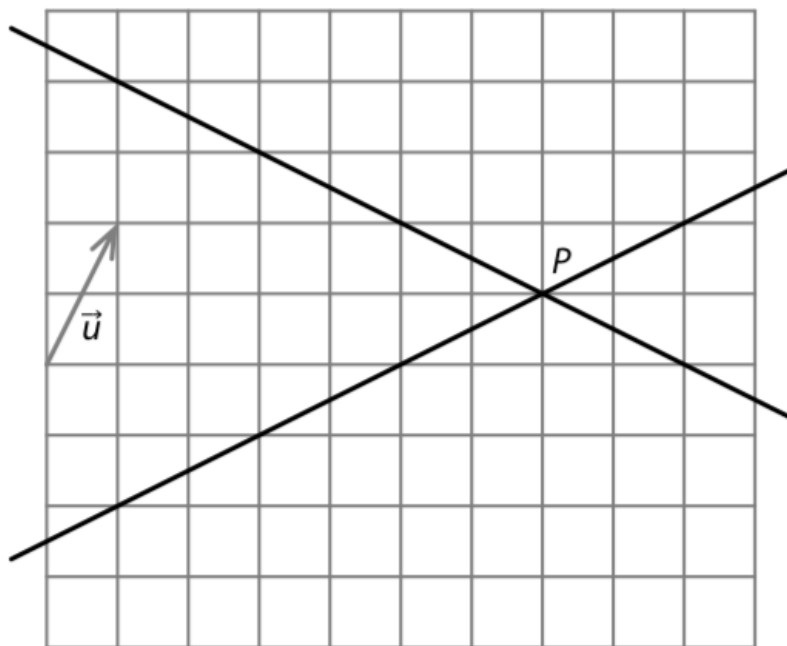
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je umístěn vektor $\vec{u}$ a dvě neoznačené přímky a, b , které se protínají v bodě P .

$$\vec{u} = (1; 2)$$

$$a: x - 2y + 2 = 0$$

$$b: x + 2y - 10 = 0$$



(CZVV)

max. 3 body

9

- 9.1 Vypočtete obě souřadnice průsečíku $P[p_1; p_2]$ přímek a, b .
- 9.2 Vypočtete obě souřadnice průsečíku $X[x_1; x_2]$ přímky b se souřadnicovou osou x .
- 9.3 V obrázku narýsujte souřadnicové osy x, y a popište počátek O soustavy souřadnic.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Řešení úlohy 9

9)

9.1)

Řešíme soustavu rovnic:

$$x - 2y + 2 = 0$$

$$x + 2y - 10 = 0$$

Součtem rovnic:

$$2x - 8 = 0 \rightarrow x = 4$$

Rozdílem rovnic:

$$4y - 12 = 0 \rightarrow y = 3$$

$$\mathbf{P[4; 3]}$$

9.2)

V zápisu přímky b , položíme $y = 0$

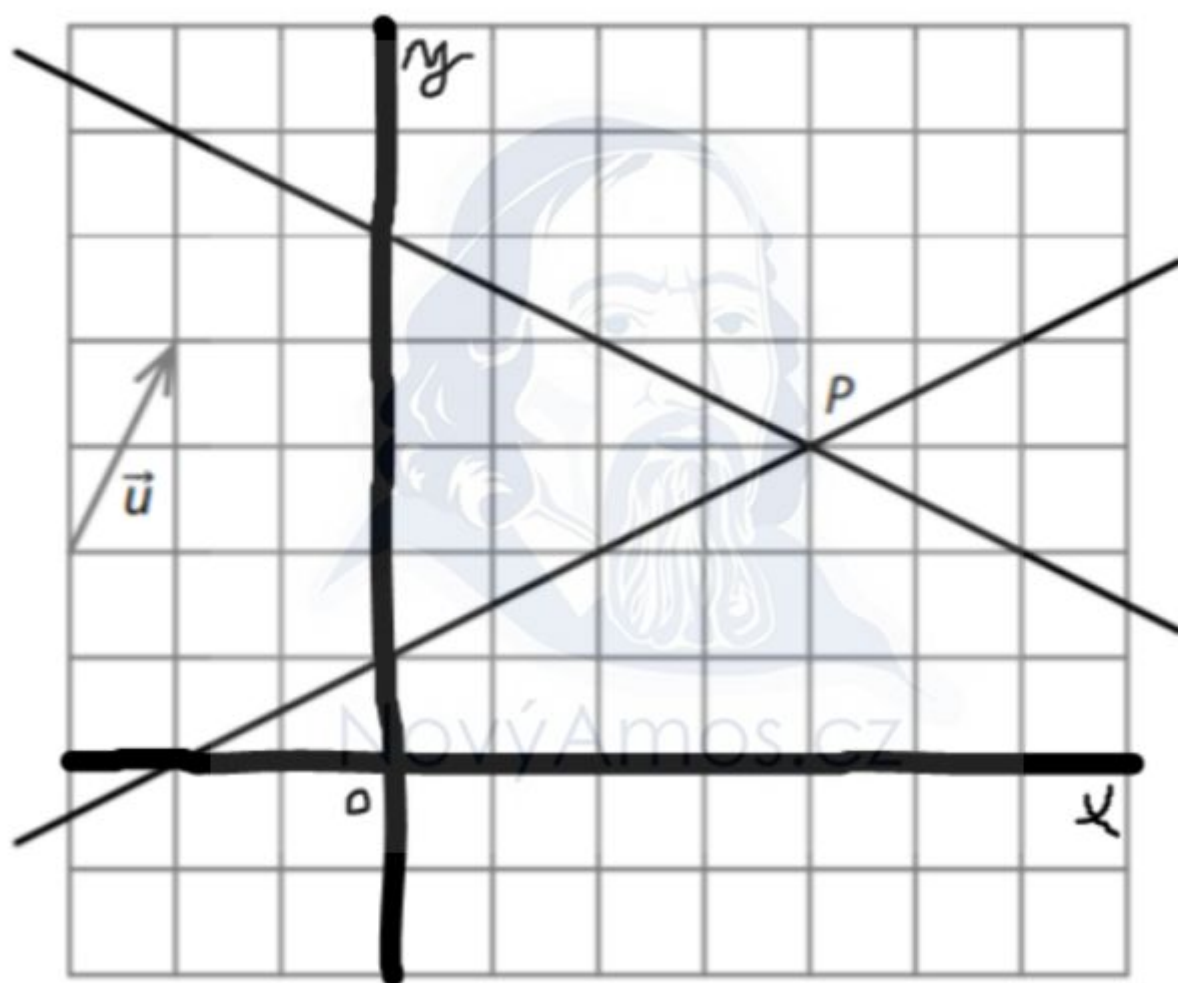
$$x + 2y - 10 = 0$$

$$x + 2 \cdot 0 - 10 = 0$$

$$x = 10$$

$$\mathbf{X[10; 0]}$$

9.3)



Zadání úlohy 10

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Pan Kraus vložil do fondu počáteční kapitál.

Vždy po uplynutí úrokovacího období v délce jednoho roku se aktuální kapitál pana Krause zvýšil o 5 %.

Za 6 let tak byl jeho kapitál ve fondu celkem o 68 019 korun vyšší než počáteční kapitál.

(CZVV)

max. 2 body

10 Vypočtete hodnotu počátečního kapitálu pana Krause.

Výsledek zaokrouhlete na celé koruny.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 10

10)

Označme počáteční kapitál x , potom platí:

$$x \cdot 1,05^6 = x + 68\,019$$

$$x \cdot (1,05^6 - 1) = 68\,019$$

$$x = \frac{68\,019}{1,05^6 - 1} \doteq \mathbf{200\,000\,Kč}$$

Zadání úlohy 11

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V Kocourkově bylo vyrobeno 500 stíracích losů, z nichž 30 % obsahuje ve stíracím poli výhru. V prodeji je však pouze 80 % těchto vyrobených losů. Z losů, které nešly do prodeje, polovina obsahuje výhru.

(CZW)

max. 2 body

11 Vypočtěte,

11.1 kolik losů v prodeji neobsahuje výhru,

11.2 jaká je pravděpodobnost, že zakoupený los bude obsahovat výhru.

Řešení úlohy 11

11)

11.1)

Z uvedených 500 losů 70 % neobsahuje výhru:

$$0,7 \cdot 500 = 350$$

V prodeji je 80 % vyrobených losů:

$$0,8 \cdot 500 = 400$$

Do prodeje tedy nešlo 100 losů, z nich 50 neobsahuje výhru. **Zbylé nevýherní, 300 losů, jsou v prodeji.**

11.2)

Vydělíme počet výherních (prodejných) počtem losů ve hře.

$$\frac{100}{400} \rightarrow \mathbf{25\%}$$

Zadání úlohy 12

12 Aritmetický průměr šesti **různých** kladných celých čísel je 6.

Určete největší možné číslo, které může taková šestice obsahovat.

Řešení úlohy 12

12)

Označme největší z těchto čísel x a součet zbylých pěti čísel y , potom platí:

$$\frac{x + y}{6} = 6 \rightarrow x + y = 36$$

Určíme minimální možnost pro y

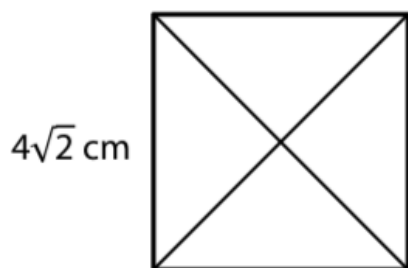
$$y = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

Minimální možností pro y je $y = 15$, potom $x = 21$.

Zadání úlohy 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Čtverec o straně délky $4\sqrt{2}$ cm je rozdělen na čtyři shodné rovnoramenné trojúhelníky. Z těchto čtyř trojúhelníků je sestaven zobrazený kosodélník.



(CZVV)

1 bod

13 Vypočtěte, o kolik cm se liší obvod kosodélníku a čtverce.

Řešení úlohy 13

13)

Určeme délku úhlopříčky čtverce (Pythagorova věta):

$$u = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{32 + 32} = 8 \text{ cm}$$

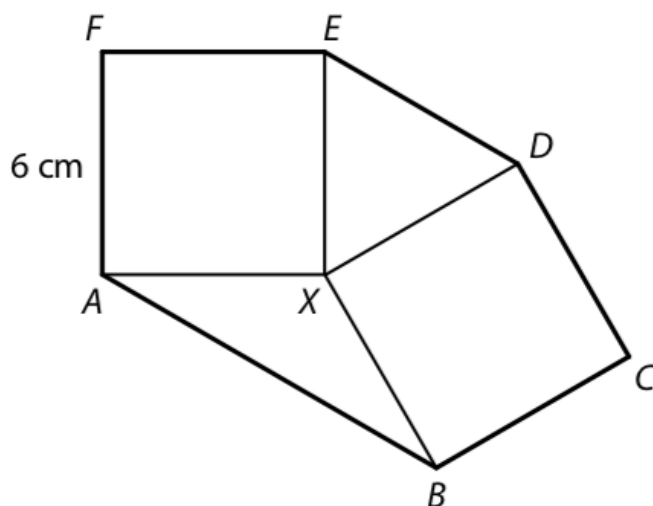
Poznamenejme, že tuto úhlopříčku (po rozdělení na půl) umístíme na dvě strany kosodélníku. Zbylé dvě strany jsou shodné s obvodem čtverce. Potom právě daný rozdíl tvoří úhlopříčka čtverce.

Liší se o 8 cm.

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Šestiúhelník $ABCDEF$ se skládá ze dvou čtverců $AXEF$, $XBCD$, rovnostranného trojúhelníku XDE a tupoúhlého trojúhelníku ABX . Délka strany AF je 6 cm.



(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtěte v cm délku strany AB.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 14

14)

Rovnostranný trojúhelník XDE má velikost každého vnitřního úhlu 60° , potom platí:

$$|\sphericalangle AXB| + 2 \cdot 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

$$|\sphericalangle AXB| = 120^\circ$$

Dále platí:

$$|AX| = |BX| = 6 \text{ cm}$$

Pro velikost strany AB, označme dále c , využijeme Kosinovu větu.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ$$

$$c^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ$$

$$c^2 = 36 + 36 - 72 \cdot (-0,5)$$

$$|AB| = c = \sqrt{72 + 36} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V učitelském sboru má každý učitel čtyřikrát více kolegyň než kolegů, zatímco každá učitelka má kolegů o 40 méně než kolegyň.

(CZVV)

max. 3 body

- 15** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik učitelek je v učitelském sboru.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení úlohy 15

15)

Kolegy jednoho učitele označme x , kolegyně jedné učitelky y , potom platí:

$$4x = y + 1$$

$$x + 1 + 40 = y$$

V druhé rovnici již máme vyjádřené y , po dosazení do první rovnice:

$$4x = x + 42 \rightarrow x = 14$$

Návratem do vyjádření:

$$y = 55$$

Učitelů ve sboru je tedy 15 a učitelek 56.

Zadání úlohy 16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány body $A[1; 0]$, $B[11; -5]$.

Orientovaná úsečka $\overrightarrow{AC}$ je umístěním vektoru $\vec{u} = (11; -2)$.

(CZW)

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 Vzdálenost bodů A , C je $\sqrt{117}$.

A	N
☐	☐

16.2 Bod C má souřadnice $[10; -2]$.

☐	☐
--------------------------	--------------------------

16.3 Úsečky AC a AB jsou stejně dlouhé.

☐	☐
--------------------------	--------------------------

16.4 Bod $S[5; -2,5]$ je střed úsečky AB .

☐	☐
--------------------------	--------------------------

Řešení úlohy 16

16)

16.1)

$$C = A + \vec{u} = [1; 0] + (11; -2)$$

$$C[12; -2]$$

$$|AC| = \sqrt{(12 - 1)^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{125}$$

16.1 N

16.2)

Viz předchozí výpočet.

16.2 N

16.3)

$$|AB| = \sqrt{(11 - 1)^2 + (-5 - 0)^2} = \sqrt{125}$$

16.3 A

16.4)

$$S = \frac{A + B}{2} = \frac{[1; 0] + [11; -5]}{2}$$

$$S[6; -2,5]$$

16.4 N

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Podstavou kolmého hranolu o objemu 544 cm^3 je kosočtverec. Obvod tohoto kosočtverce je 34 cm a výška kosočtverce je rovna výšce hranolu.

(CZVV)

2 body

17 Jaký je povrch hranolu?

- A) 340 cm^2
- B) 408 cm^2
- C) 544 cm^2
- D) 578 cm^2
- E) jiný povrch

17)

Kosočtverec má všechny strany stejně dlouhé:

$$a = 34 : 4 = 8,5 \text{ cm}$$

Pro objem hranolu platí:

$$V = S_p \cdot v$$

$$544 = S_p \cdot v$$

Dále platí pro obsah kosočtverce (kde dle zadání $v_a = v$):

$$8,5 \cdot v = S_p$$

Po dosazení do rovnice vzniklé z objemu:

$$544 = 8,5v \cdot v$$

$$v^2 = \frac{544}{8,5} \rightarrow v = 8 \text{ cm}$$

$$8,5 \cdot 8 = S_p \rightarrow S_p = 68 \text{ cm}^2$$

Pro povrch platí:

$$S = 4 \cdot a \cdot v + 2 \cdot S_p = 4 \cdot 8,5 \cdot 8 + 2 \cdot 68$$

$$S = 408 \text{ cm}^2$$

17 B

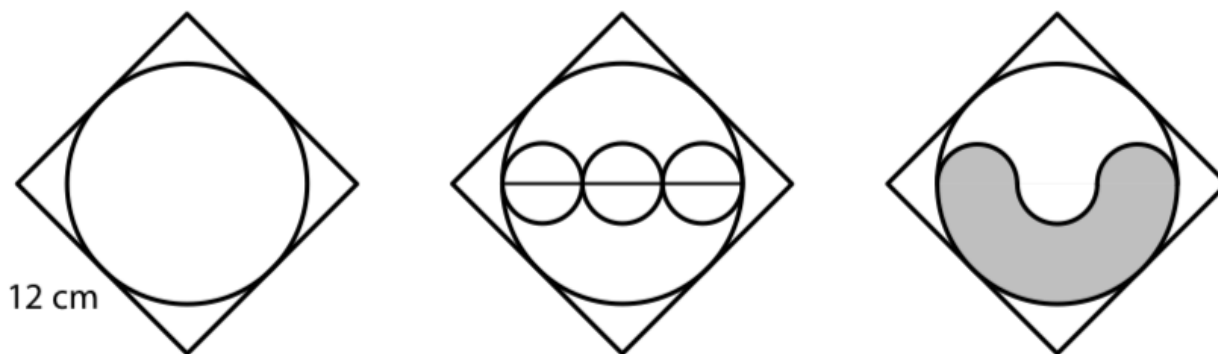
Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Do čtverce se stranou délky 12 cm je vepsána velká kružnice.

Jeden z průměrů velké kružnice pólí každou ze tří malých shodných kružnic. Každá z těchto čtyř kružnic se dotýká právě dvou ze zbývajících kružnic.

Tmavý obrazec je ohraničen velkou půlkružnicí a třemi malými půlkružnicemi.



(CZVV)

2 body

18 Jaký je obsah tmavého obrazce?

- A) menší než $18\pi \text{ cm}^2$
- B) $18\pi \text{ cm}^2$
- C) $20\pi \text{ cm}^2$
- D) $24\pi \text{ cm}^2$
- E) větší než $24\pi \text{ cm}^2$

Řešení úlohy 18

18)

Přeskládáním sestavíme velkou půlkružnici (s poloměrem 6 cm) a jednu malou půlkružnici (s poloměrem 2 cm)

$$S = \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 18\pi + 2\pi = 20\pi \text{ cm}^2$$

18 C

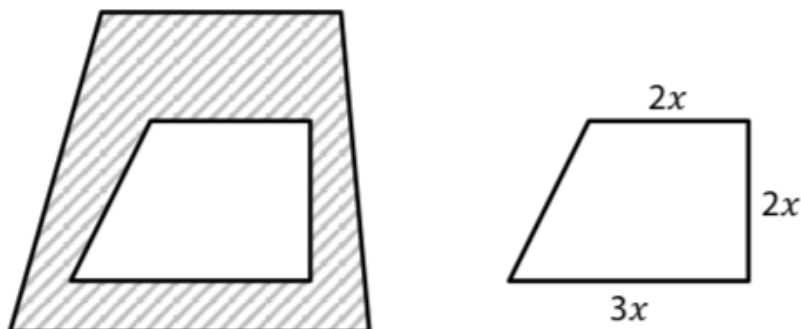
Zadání úlohy 19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Část šrafovaného lichoběžníku je překryta celým bílým pravoúhlým lichoběžníkem.

Bílý lichoběžník má základny délek $2x$ a $3x$ a výšku o velikosti $2x$, kde x je délka v metrech.

Ve šrafovaném lichoběžníku jsou obě základny o polovinu delší než v bílém lichoběžníku a výška je dvakrát větší než v bílém lichoběžníku.



(CZVV)

2 body

19 Jaký je obsah nezakryté části šrafovaného lichoběžníku?

- A) menší než $8x^2$
- B) $8x^2$
- C) $9x^2$
- D) $10x^2$
- E) větší než $10x^2$

Řešení úlohy 19

19)

Vyjádříme obsah bílého lichoběžníku:

$$S_1 = \frac{(a + c) \cdot v}{2} = \frac{5x \cdot 2x}{2} = 5x^2$$

Základny šrafovaného lichoběžníku jsou $4,5x$ a $3x$, výška $4x$

$$S_2 = \frac{(a + c) \cdot v}{2} = \frac{7,5x \cdot 4x}{2} = 15x^2$$

$$S = 15x^2 - 5x^2 = 10x^2$$



19 D

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Vytváříme dvě posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ a $(b_n)_{n=1}^{\infty}$.

První člen je v obou posloupnostech stejný: $a_1 = b_1 = 24$.

V posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 50 % **prvního** členu.

V posloupnosti $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 50 % **předchozího** členu.

(CZW)

2 body

20 **Kolikrát větší je člen b_{33} než člen a_{33} ?**

(Výsledek je zaokrouhlen na jednotky.)

- A) 25 379krát
- B) 36 981krát
- C) 258 864krát
- D) 383 502krát
- E) Oba členy jsou stejné ($a_{33} = b_{33}$).

Řešení úlohy 20

20)

V posloupnosti a_n je každý další člen zvětšený o 12 oproti přechozímu členu:

$$a_{33} = a_1 + 32 \cdot 12 = 24 + 32 \cdot 12 = 408$$

V posloupnosti b_n je každý další člen zvětšený o 50 % oproti přechozímu členu:

$$b_{33} = a_1 \cdot 1,5^{32} = 24 \cdot 1,5^{32}$$

$$\frac{b_{33}}{a_{33}} = \frac{24 \cdot 1,5^{32}}{408} \doteq 25\,379$$

20 A

Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

Ota Rozmařilý v období trvajícím 100 dní utrácel následujícím způsobem:

Za první den utratil celkem 10 000 korun.

Každý 5. den neutratil nic.

Ve všech ostatních dnech utratil za den vždy o 100 korun méně než za den, kdy utrácel naposledy.

(Např. 3. den utratil 9 800 korun, 4. den 9 700 korun, 5. den 0 korun a 6. den 9 600 korun.)

(CZVV)

2 body

21 Kolik korun utratil Ota Rozmařilý během 100 dní?

- A) 484 000 korun
- B) 560 000 korun
- C) 692 000 korun
- D) 2 240 000 korun
- E) jiný počet korun

Řešení úlohy 21

21)

Dvacetkrát neutratil nic. Útratu za zbylých 80 dní sečteme jakou součet aritmetické posloupnosti, kde:

$$a_1 = 10\,000$$

$$d = 100$$

$$a_{80} = a_1 - 79 \cdot d = 10\,000 - 7\,900 = 2\,100$$

$$S_{80} = \frac{a_1 + a_{80}}{2} \cdot 80 = 40 \cdot (10\,000 + 2\,100) = 484\,000$$

21 A

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT A DIAGRAM K ÚLOZE 22

V prvním ročníku jsou tři třídy A, B, C.

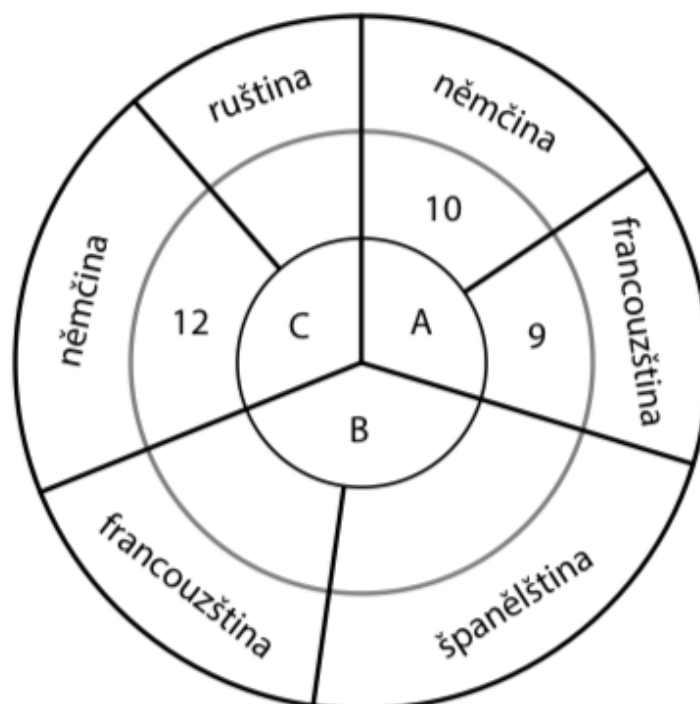
Do třídy B chodí 40 % všech žáků prvního ročníku.

Žáci každé třídy jsou rozděleni do 2 skupin podle výběru jazyka.

Ze třídy C chodí 60 % žáků na němčinu.

Některé další údaje jsou uvedeny v následujícím diagramu.

Počty žáků v jazykových skupinách



(CZW)

2 body

22 O kolik se liší počty žáků ve třídách B a C?

- A) o 2 žáky
- B) o 3 žáky
- C) o 4 žáky
- D) o 6 žáků
- E) o jiný počet žáků

Řešení úlohy 22

22)

Ve třídě A je 19 žáků, ve třídě C chodí 12 žáků na němčinu, což je 60 %, zbylých 40 % chodí na ruštinu, tedy 8 žáků. Ve třídě C je tak, 20 žáků.

Ve třídě B je 40 % všech žáků, zbylých 60 % jsou ve třídách A, B, což vychází na 39 žáků. V třídě B je tedy 26 žáků.

Ve třídách B a C se počty žáků tedy liší o 6.

22 D

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Kód má 4 znaky.

Kód obsahuje 3 různá písmena z 5 možných (A, B, C, D, E) a jednu číslici z 10 možných (0–9).

Podmínkám vyhovují např. tři různé kódy 0ABC, C9EA, EC9A.

(CZW)

2 body

23 Kolik různých kódů lze sestavit uvedeným způsobem?

- A) 600
- B) 1800
- C) 2400
- D) 7900
- E) jiný počet

Řešení úlohy 23

23)

Zatím neuvažujme vybrané číslo. Chceme počet všech trojic z pěti znaků, přičemž se ještě mohou prohazovat:

$$\binom{5}{3} \cdot 3!$$

Nyní chceme přidat číslo. Je jich 10 možných, pokaždé může být na 4 pozicích:

$$\binom{5}{3} \cdot 3! \cdot 10 \cdot 4 = 2400$$

23 C

Zadání úlohy 24

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

U každé z následujících tří rovnic určíme počet všech jejích řešení v oboru **R**.

I. $(1 - x)^2 = (3 - x)^2$

II. $1 - x = 3 - x$

III. $(3 - x)(1 - x) = 3 - x$

(CZW)

2 body

24 Právě jedno řešení

- A) nemá žádná z uvedených rovnic.
- B) má pouze I. rovnice.
- C) má pouze III. rovnice.
- D) mají pouze dvě z uvedených rovnic.
- E) mají všechny tři uvedené rovnice.

Řešení úlohy 24

24)

$$(1 - x)^2 = (3 - x)^2$$

$$1 - 2x + x^2 = 9 - 6x + x^2$$

$$x = 2$$

$$1 - x = 3 - x$$

Rovnice nemá řešení.

$$(3 - x)(1 - x) = 3 - x$$

$$x^2 - 3x - x + 3 = 3 - x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x \cdot (x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 3$$

24 B

Zadání úlohy 25

max. 4 body

25 Každou z následujících funkcí (25.1–25.4) definujeme pro $x \in (0; +\infty)$.

Přiřadte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).

25.1

$$y = \frac{x^2 - x}{x} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.2

$$y = \frac{x^3 - x}{x} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

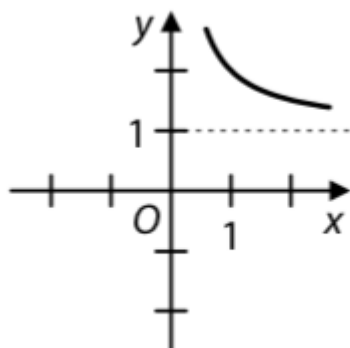
25.3

$$y = \frac{x^2 - x}{x^2} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

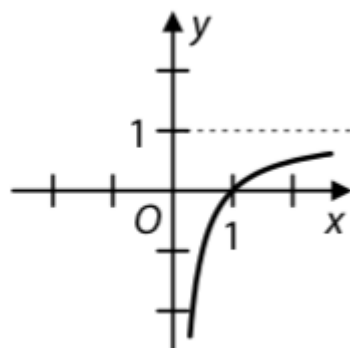
25.4

$$y = (x^2 - x) \cdot \log_4 4 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

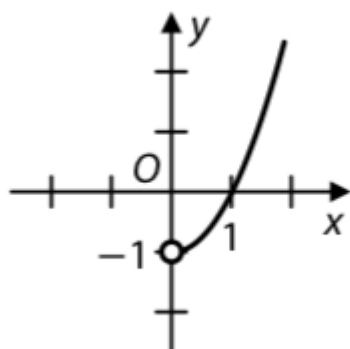
A)



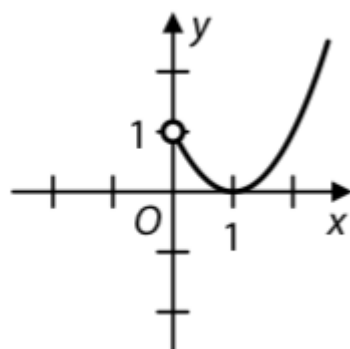
B)



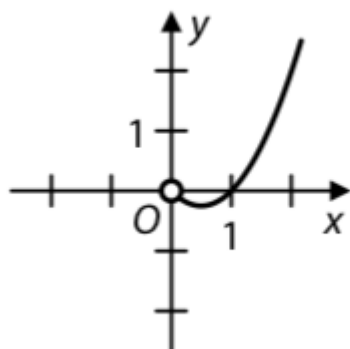
C)



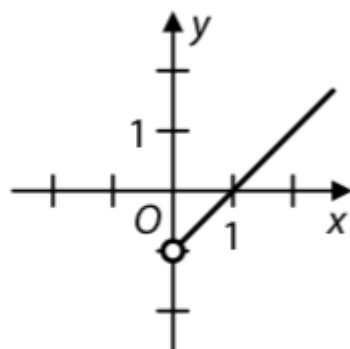
D)



E)



F)



Řešení úlohy 25

25)

25.1)

$$y = \frac{x^2 - x}{x} = x - 1$$

Zkráceno s podmínkou $x \neq 0$. Zvolíme příslušnou lineární funkci.

25.1 F

25.2)

$$y = \frac{x^3 - x}{x} = x^2 - 1$$

Zvolíme příslušnou kvadratickou funkci.

25.2 C

25.3)

$$y = \frac{x^2 - x}{x^2} = 1 - \frac{1}{x}$$

Zvolíme příslušnou hyperbolickou funkci.

25.3 B

25.4)

$$y = (x^2 - x) \log_4 4 = x^2 - x$$

Zvolíme příslušnou kvadratickou funkci (s kořeny 0 a 1)

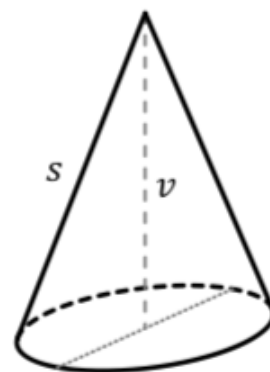
25.4 E

Zadání úlohy 26

26 Přiradte ke každému rotačnímu tělesu (26.1–26.3) jeho objem (A–E).

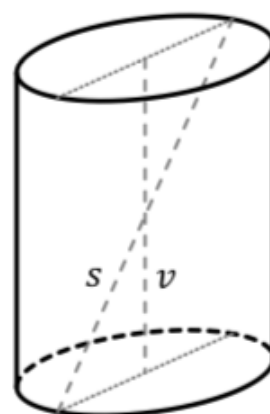
- 26.1 Výška rotačního kužele je $v = 9$ cm,
strana tohoto kužele má délku $s = 11$ cm.

Jaký je objem rotačního kužele?



- 26.2 Výška rotačního válce je $v = 9$ cm, největší možná přímá
vzdálenost dvou bodů tohoto válce je $s = 11$ cm.

Jaký je objem rotačního válce?



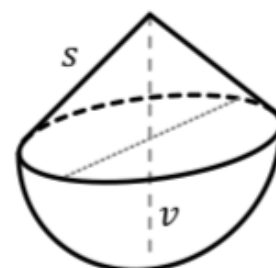
- 26.3 Rotační těleso je složeno z polokoule a rotačního kužele,
jejichž podstavy splývají.

Strana kužele má délku $s = 5\sqrt{2}$ cm.

Výška v celého tělesa je shodná s průměrem polokoule.

(Výška je průnik tělesa s jeho osou.)

Jaký je objem rotačního tělesa?



A) menší než $96\pi \text{ cm}^3$

B) $96\pi \text{ cm}^3$

C) $100\pi \text{ cm}^3$

D) $120\pi \text{ cm}^3$

E) $125\pi \text{ cm}^3$

26)

26.1)

Pythagorova věta:

$$r = \sqrt{s^2 - v^2} = \sqrt{11^2 - 9^2} = \sqrt{40}$$

$$V = \frac{S_p \cdot v}{3} = \frac{\pi r^2 v}{3} = \frac{\pi \cdot 40 \cdot 9}{3} = 120\pi \text{ cm}^3$$

26.1 D

26.2)

Pythagorova věta:

$$d = \sqrt{s^2 - v^2} = \sqrt{11^2 - 9^2} = \sqrt{40} \rightarrow r = \frac{\sqrt{40}}{2}$$

$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 v = \pi \cdot 10 \cdot 9 = 90\pi \text{ cm}^3$$

26.2 A

26.3)

Platí:

$$0,5v = r$$

Pythagorova věta:

$$s^2 = r^2 + r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{s^2}{2}} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$V = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} + \frac{\pi r^2 \cdot v}{3} = \frac{\frac{4}{3}\pi \cdot 5^3}{2} + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 5}{3} = \frac{2}{3} \cdot 125\pi + \frac{1}{3} \cdot 125\pi = 125\pi \text{ cm}^3$$

26.3 E

Všechny testy z matematiky předchozích let on-line:

testy 2022 | testy 2021 | testy 2020 | testy 2019 | testy 2018 | testy 2017 | testy 2016 | testy 2015 | testy 2014 |
testy 2013 | testy 2012 | testy 2011 | testy 2010

Orientační výsledky. Oficiální výsledky budou zveřejněny po zasedání validační komise Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání.