

Výsledky a řešení podzimního matematického testu 2020

**DIDAKTICKÝ
TEST**

MA

ŘEŠENÍ 2020 PODZIM

Na této stránce naleznete **orientační výsledky** včetně **detailního postupu řešení didaktického testu z matematiky**, který se objevil u **podzimního** termínu státní maturity **2020**. Podívejte se na ně a porovnejte si výsledky s vašimi vlastními. Zjistíte tak, jak se vám dařilo nelehké úlohy vyřešit. **Všem maturantům přeje mnoho úspěchů NovýAmos.cz, který pro vás výsledky a řešení každý rok každý maturitní termín připravuje.** Výsledky a řešení také skvěle poslouží při učení se na další termíny státní maturity z matematiky.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - podzim 2020

Zadání didaktického testu z matematiky 2020 jaro

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Ve třídě je 32 žáků, 13 z nich hraje na kytaru, 15 na flétnu a 10 žáků nehraje na žádný z těchto dvou nástrojů.

(CZVV)

1 bod

1 Vypočtete, kolik žáků třídy hraje na kytaru i na flétnu.

Řešení úlohy 1

1)

Od celkového počtu žáků odebereme počet žáků nehrající ani na jeden z nástrojů.

$$32 - 10 = 22$$

To znamená, že 22 žáků hraje alespoň na jeden nástroj. Sečteme-li počty žáků hrajících na kytaru a počty žáků hrajících na flétnu, pak jsme dvakrát započítali také hledaný počet žáků hrajících na oba nástroje.

Označíme-li x , počet žáků hrajících na oba nástroje, pak platí:

$$13 + 15 - x = 22$$

Odtud $x = 6$.

Na oba nástroje hraje 6 žáků.

Zadání úlohy 2

1 bod

2 Pro $y \in (0; +\infty)$ zjednodušte:

$$\sqrt{\frac{y^{64}}{16} \cdot \left(\frac{2}{y^7}\right)^4} =$$

Řešení úlohy 2

2)

$$\sqrt{\frac{y^{64}}{16} \cdot \left(\frac{2}{y^7}\right)^4} = \sqrt{\frac{y^{64}}{16} \cdot \frac{16}{y^{28}}} = \sqrt{\frac{y^{64}}{y^{28}}} = \sqrt{y^{36}} = y^{18}$$

Zadání úlohy 3

1 bod

3 Určete všechny hodnoty $c \in \mathbb{R}$, pro které má smysl výraz:

$$\frac{\sqrt{1-c}}{\sqrt{5-c}}$$

Řešení úlohy 3

3)

Určit všechny hodnoty, pro které má výraz smysl, znamená vyřadit z množiny reálných čísel hodnoty proměnné c , pro které výraz není definovaný.

Z důvodu odmocnin:

$$1 - c \geq 0$$

$$5 - c \geq 0$$

A také abychom nedělili nulou, pak:

$$\sqrt{5 - c} \neq 0$$

Všechny tři podmínky platí zároveň. Odtud vyvodíme závěr:

$$1 - c \geq 0 \quad \wedge \quad 5 - c \geq 0 \quad \wedge \quad \sqrt{5 - c} \neq 0$$

$$c \leq 1 \quad \wedge \quad c \leq 5 \quad \wedge \quad c \neq 5$$

Závěr:

$$c \leq 1$$

Zadání úlohy 4

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Paní Veselá si chtěla pořídit auto. Za nové by utratila 75 % svých úspor. Kdyby si poříдила rok staré auto, 43 % úspor by jí zbylo.

(CZVV)

1 bod

4 Vypočtete, o kolik procent je rok staré auto levnější než nové.

Řešení úlohy 4

4)

Označíme-li počet úspor u , cenu nového auta n , cenu starého auta s a hledaný počet procent p , pak platí:

$$n - \frac{p}{100} \cdot n = s$$

po dosazení:

$$0,75u - \frac{p}{100} \cdot 0,75u = 0,57u$$

Všimněme si, že celkový počet úspor nemá na úlohu vliv (rovnici vydělíme číslem u):

$$0,75 - \frac{p}{100} \cdot 0,75 = 0,57 \quad / \cdot 100$$

$$75 - 0,75p = 57$$

$$0,75p = 18 \quad / : 0,75$$

$$p = 24$$

Rok staré auto je o 24% levnější než nové.

Zadání úlohy 5

max. 2 body

5 Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ zjednodušte
(výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\frac{\frac{a+1}{\frac{a+1}{a} - 1} : \frac{a}{a+1} - 1 =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 5

5)

$$\begin{aligned} \frac{a+1}{\frac{a+1}{a} - 1} : \frac{a}{a+1} - 1 &= \frac{a+1}{\frac{a+1}{a} - \frac{a}{a}} : \frac{a}{a+1} - 1 = \frac{a+1}{\frac{1}{a}} \cdot \frac{a+1}{a} - 1 = (a+1)^2 - 1 = \\ &= a^2 + 2a \end{aligned}$$

Zadání úlohy 6

6 V oboru R řešte:

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 6

6)

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3}$$

Podmínka: $x \neq \pm 3$

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3} \quad / \cdot (x+3)(x-3)$$

$$(x-6)(x+3) = 2(x+3)(x-3) - x(x-3)$$

$$x^2 - 6x + 3x - 18 = 2(x^2 - 9) - x^2 + 3x$$

$$x^2 - 3x - 18 = x^2 + 3x - 18$$

$$-6x = 0$$

$$x = 0$$

Zadání úlohy 7**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7**

Hodinová sazba trenéra badmintonu je o 250 korun vyšší než hodinový pronájem kurtu.

Cena za dvě hodiny pronájmu kurtu je o jednu devítinu nižší, než je hodinová sazba trenéra badmintonu.

(Hodinová sazba trenéra badmintonu nezahrnuje pronájem kurtu.)

(CZVV)

max. 2 body

7 Vypočtete v korunách hodinovou sazbu trenéra badmintonu.**Řešení úlohy 7**

7)

Hodinovou sazbu trenéra badmintonu označíme x , potom cenu hodinového pronájmu kurtu označíme výrazem $x - 250$. Dále druhou větu v zadání přepíšeme do rovnice:

$$2 \cdot (x - 250) = \frac{8}{9}x \quad / \cdot 9$$

$$18(x - 250) = 8x$$

$$18x - 4500 = 8x$$

$$10x = 4500$$

$$x = 450$$

Hodinová sazba trenéra badmintonu je 450 korun.

Zadání úlohy 8

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

V lichoběžníku je délka jedné základny 4 cm. Výška lichoběžníku je stejná jako délka druhé základny a obsah lichoběžníku je 96 cm^2 .

(CZVV)

max. 2 body

8 Vypočtěte v cm výšku lichoběžníku.

Řešení úlohy 8

8)

Využijeme vzorce na obsah lichoběžníku:

$$\frac{(a + c) \cdot v}{2} = S$$

Dále nezáleží, jestli zvolíme $a = 4$ nebo $c = 4$, ale nahradíme tu proměnnou, kterou nezvolíme velikostí výšky. Dále dosadíme zadaný obsah:

$$\frac{(4 + v) \cdot v}{2} = 96 / \cdot 2$$

$$4v + v^2 = 192$$

$$v^2 + 4v - 192 = 0$$

$$D = 16 + 768 = 784$$

$$v_{1,2} = \frac{-4 \pm 28}{2}$$

Uvažujeme pouze kladné hodnoty velikosti výšky, tedy:

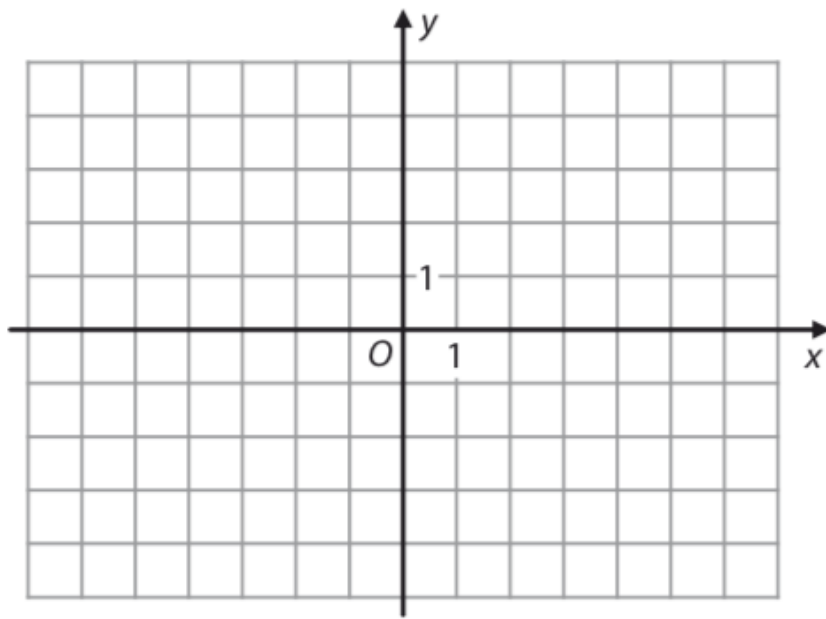
$$v = 12 \text{ cm}$$

Zadání úlohy 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Je dána přímka $p: y = 0,5x + 1$.

Přímka q je kolmá k přímce p a prochází bodem $Q[-2; 4]$.



(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte přímku q .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

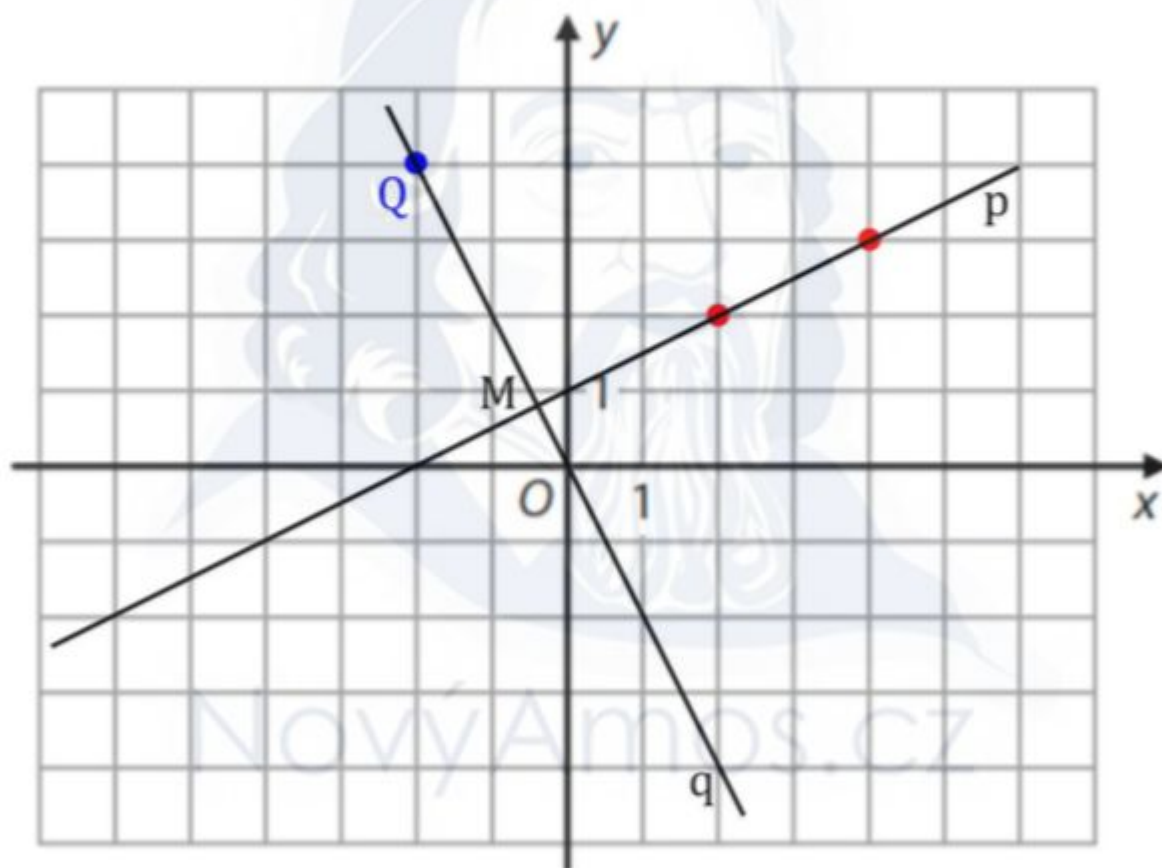
9.2 Vypočtěte souřadnice průsečíku $M[m_1; m_2]$ přímek p, q .

Řešení úlohy 9

9)

9.1)

Přímku p můžeme například vytvořit pomocí dvou zvolených bodů splňujících předpis. Dále k zadanému bodu Q vedeme kolmici k přímce p :



9.2)

Nejdříve určíme obecnou rovnici obou přímek. Dle zadání:

$$p: 0,5x - y + 1 = 0$$

Normálové vektory obou přímek jsou na sebe kolmé a platí:

$$q: x + 0,5y + c = 0$$

Parametr c dopočítáme dosazením souřadnic bodu Q do tohoto zápisu:

$$-2 + 0,5 \cdot 4 + c = 0$$

$$c = 0$$

$$q: x + 0,5y = 0$$

Pro určení souřadnic průsečíku M , nyní řešíme soustavu:

$$x + 0,5y = 0$$

$$0,5x - y + 1 = 0$$

První z rovnic soustavy vynásobíme dvěma a následně obě rovnice sečteme:

$$2,5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1}{2,5} = -\frac{2}{5}$$

$$-\frac{2}{5} + 0,5y = 0 \quad / \cdot 10$$

$$-4 + 5y = 0$$

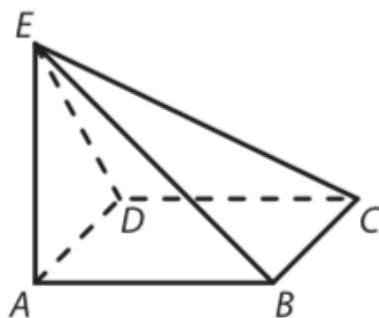
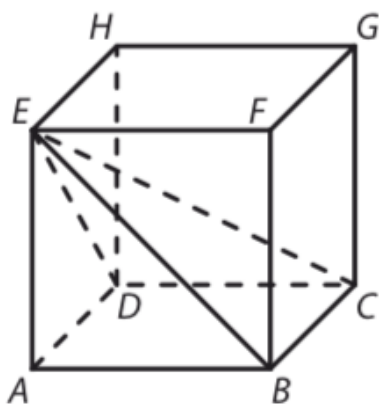
$$y = \frac{4}{5}$$

$$M\left[-\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right]$$

Zadání úlohy 10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V krychli $ABCDEFGH$ je umístěn čtyřboký jehlan $ABCE$, který má objem 243 cm^3 .



(CZVV)

1 bod

10 Vypočtěte v cm^2 obsah podstavy $ABCD$.

Řešení úlohy 10

10)

Pro objem jehlanu platí:

$$\frac{S_p \cdot v}{3} = V$$

Dále pak můžeme S_p nahradit a^2 , výšku nahradit a .

$$\frac{a^2 \cdot a}{3} = 243$$

$$a^3 = 729$$

$$a = 9$$

$$S_p = a^2 \rightarrow S_p = 81 \text{ cm}^2$$

Zadání úlohy 11

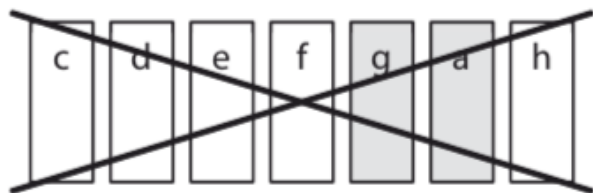
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Hugo ponechal na dětském xylofonu 7 destiček s tóny c, d, e, f, g, a, h.



Do telefonu si pak nahrál všechny dvojzvuky vytvořené současným klepnutím dvěma paličkami na dvě různé destičky, které spolu bezprostředně **nesousedí**.

(Nahrál si např. dvojzvuky d-g, e-a, g-h.)



(CZVV)

1 bod

11 Vypočtěte, kolik různých dvojzvuků si Hugo nahrál do telefonu.

Řešení úlohy 11

11)

Od celkového počtu možných dvojic odeberem dvojice, které spolu sousedí:

$$\binom{7}{2} - 6 = 21 - 6 = 15$$

Hugo si do telefonu nahrál 15 zvuků.

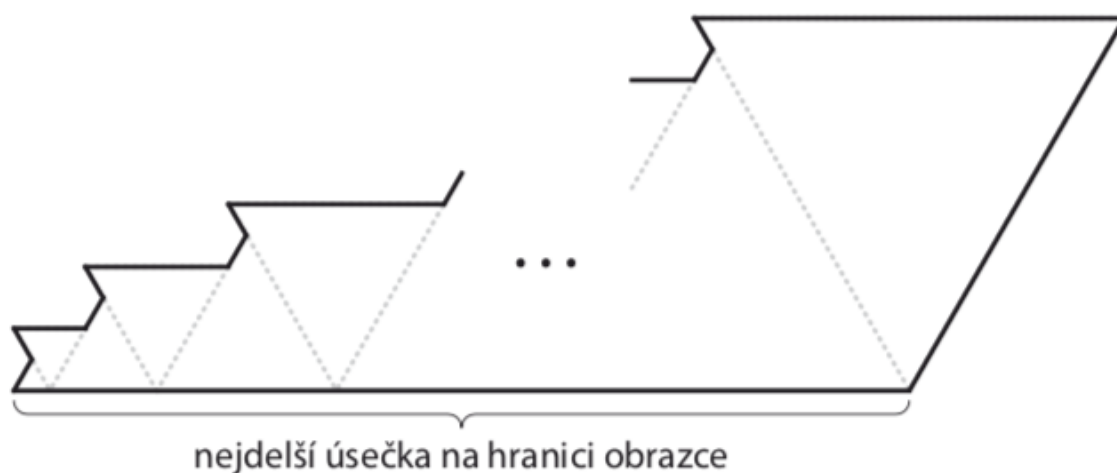
Zadání úlohy 12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Zakreslený obrazec se skládá z 50 rovnostranných trojúhelníků.

První z těchto trojúhelníků má stranu délky 1 cm.

Každý další trojúhelník má stranu o 1 cm delší než předchozí trojúhelník.



Nejdelší úsečka na hranici obrazce se skládá z vodorovných stran všech trojúhelníků s lichým pořadím (1., 3., 5. atd.). Každý trojúhelník se sudým pořadím má na této úsečce jeden vrchol.

(CZVV)

max. 2 body

12 Vypočtěte v cm

12.1 délku nejdelší úsečky na hranici obrazce,

12.2 obvod obrazce.

Řešení úlohy 12

12)

12.1)

Jedná se o součet lichých čísel menších než 50 (je jich 25). Využijeme vzorce na součet n-členů aritmetické posloupnosti:

$$S_{25} = \frac{25(1 + 49)}{2} = 625 \text{ cm}$$

Nejdelší úsečka na hranici obrazce má 625 cm.

12.2)

Celkový obvod se skládá z nejdelší úsečky, řešené výše, ze strany vpravo, stran nahoře a zbylých úseků délky 1 cm (těchto úseků je 50). Strana vpravo je délky 50 cm a tak zbývá vyřešit pouze součet délek stran nahoře.

Součet délek stran nahoře je součtem sudých čísel menších nebo rovno 50 (bez nuly):

$$S_{25} = \frac{25 \cdot (2 + 50)}{2} = 650$$

Celkový obvod:

$$o = 625 + 650 + 50 + 50 = 1375 \text{ cm}$$

Zadání úlohy 13

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V Kocourkově si klient založil účet a vložil na něj 2 000 zlatáků. Po uplynutí každého roku se aktuální částka na jeho účtu mávnutím proutku zvětší o polovinu.

Klient na účet žádné další peníze nevkládá, ani je z účtu nevybírá.

(CZVV)

max. 2 body

13 Vypočtěte,

13.1 kolik zlatáků bude mít klient na účtu po dvou letech od jeho založení,

13.2 po kolika letech od založení účtu bude mít klient poprvé na účtu přes 1 milion zlatáků.

Řešení úlohy 13

13)

13.1)

Po uplynutí 1. roku: $2000 + \frac{2000}{2} = 3000$

Po uplynutí 2. roku: $3000 + \frac{3000}{2} = 4500$

Po dvou letech bude mít klient na účtu 4500 zlatáků.

13.2)

S využitím vzorce na n-tý člen geometrické posloupnosti dostáváme:

$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

Po dosazení, řešíme rovnici, respektive nerovnici vůči neznámé n :

$$10^6 < 2000 \cdot 1,5^n \quad /: 2000$$

$$500 < 1,5^n$$

$$1,5^{\log_{1,5} 500} < 1,5^n$$

$$\log_{1,5} 500 < n$$

$$n > \log_{1,5} 500$$

Pravá strana je přibližně rovna 15.3271, tedy hledané číslo je 16.

Klient bude mít poprvé na účtu milion zlatáků po 16 letech.

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 14

V tabulce s odměnami všech 12 pracovníků firmy chybí nejvyšší odměna.

Aritmetický průměr odměn všech pracovníků je o 20 % větší než medián těchto odměn.

Odměna v korunách	15 000	20 000	25 000	30 000	
Četnost	4	3	2	2	1

(CZVV)

max. 3 body

14 Vypočtěte v korunách

14.1 aritmetický průměr odměn všech pracovníků firmy,

14.2 nejvyšší odměnu.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Řešení úlohy 14

14)

14.1+14.2)

Nejvyšší odměnu v korunách označíme x , dále postupujeme podle tvrzení druhé věty.

$$A.P. \rightarrow \frac{4 \cdot 15\,000 + 3 \cdot 20\,000 + 2 \cdot 25\,000 + 2 \cdot 30\,000 + 1 \cdot x}{12} = \frac{1\,000 \cdot 230 + x}{12}$$

medián $\rightarrow 20\,000$

$$\frac{1\,000 \cdot 230 + x}{12} \cdot \frac{5}{6} = 20\,000 \quad / \cdot 12 \cdot 6$$

$$(230\,000 + x) \cdot 5 = 1\,440\,000$$

$$1\,150\,000 + 5x = 1\,440\,000$$

$$5x = 290\,000$$

$$x = 58\,000$$

$$A.P. \rightarrow \frac{1\,000 \cdot 230 + 58\,000}{12} = \frac{230\,000 + 58\,000}{12} = 24\,000$$

Aritmetický průměr odměn je 24 tisíc a nejvyšší odměna je 58 000.

Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Žebřík je postaven na dvorku s vodorovnou dlažbou a opřen o svislou zeď domu. Dosahuje do výšky 450 cm. Když přisuneme spodní konec žebříku o 88 cm blíž k domu, dosáhne žebřík ještě o 44 cm výš.



(CZVV)

max. 2 body

15 Vypočtete v cm délku žebříku.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 15

15)

Pokud na první obrázku označíme délku žebříku x a vzdálenost spodního konce žebříku od zdi y , pak podle Pythagorovy věty platí následující dvě rovnice:

$$y^2 + 450^2 = x^2$$

$$(y - 88)^2 + 494^2 = x^2$$

Rovnice od sebe můžeme odečíst a využít vzorce $A^2 - B^2$ pro následnou úpravu:

$$y^2 - (y - 88)^2 + 450^2 - 494^2 = 0$$

$$(y + y - 88)(y - y + 88) + (450 - 494)(450 + 494) = 0$$

$$88(2y - 88) - 44(944) = 0$$

$$176y - 7744 - 41536 = 0$$

$$176y = 49280$$

$$y = 280$$

Získanou hodnotu nyní dosadíme do první rovnice, odkud vypočítáme délku žebříku:

$$280^2 + 450^2 = x^2$$

$$280900 = x^2 \rightarrow x = 530$$

Délka žebříku je 530 cm.

Zadání úlohy 16

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

V pondělí byli ve třídě všichni žáci a poměr počtu dívek ku počtu chlapců byl 3 : 2.

V úterý chyběly ve třídě pouze 3 dívky a uvedený poměr se změnil na 5 : 4.

Ve středu chyběli 2 chlapci a 2 dívky.

Ve čtvrtek chyběli pouze 2 chlapci.

V pátek nikdo nechyběl.

(CZVV)

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
16.1 V úterý bylo ve třídě přítomno 15 dívek.	☐	☐
16.2 Ve středu byl poměr počtu dívek ku počtu chlapců roven 3 : 2.	☐	☐
16.3 Ve čtvrtek bylo ve třídě přítomno 10 chlapců.	☐	☐
16.4 V pátek bylo ve třídě celkem 28 žáků.	☐	☐

Řešení úlohy 16

16)

Dle první věty, můžeme označit počet dívek $3x$ a počet chlapců $2x$. Celový počet žáků je $5x$.

Podle druhé věty platí:

$$\frac{3x - 3}{2x} = \frac{5}{4} \quad / \cdot 4x$$

$$6x - 6 = 5x$$

$$x = 6$$

Tímto jsme zjistili, že celkový počet žáků je 30 (18 dívek, 12 chlapců). Nyní je snadné podle zadaných tvrzení odpovědět:

16.1 A

16.2 N

16.3 A

16.4 N

Zadání úlohy 17

17 Je dán výraz:

$$\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}}$$

Který z následujících výrazů je pro každé $a \in (1; +\infty)$ ekvivalentní s daným výrazem?

- A) 25
- B) 12,5
- C) $0,2a$
- D) $0,5a^{25}$
- E) Žádný z uvedených výrazů není s daným výrazem ekvivalentní.

Řešení úlohy 17

17)

$$\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}} = \frac{100 \cdot 25}{100 \cdot 2} = 12,5$$

NovýAm 17 B

Zadání úlohy 18

2 body

18 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru $\mathbb{R}$ interval $(-1; 3)$?

- A) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$
- B) $(x+1)(3-x) < 0$
- C) $(x+1)(x-3) < 0$
- D) $\frac{3-x}{x+1} \geq 0$
- E) $\frac{x^2-9}{x+1} \geq 0$

Řešení úlohy 18

18)

Nulové body takové nerovnice musejí být -1 a 3 , proto můžeme vyřadit možnosti A, E. Dosadíme-li hodnotu $x = 2$ do zbylých možností, vyřadíme možnost B. Možnost D nepřichází v úvahu, protože je výraz na levé straně vynulován pro $x = 3$ (tato hodnota není v zadaném intervalu).

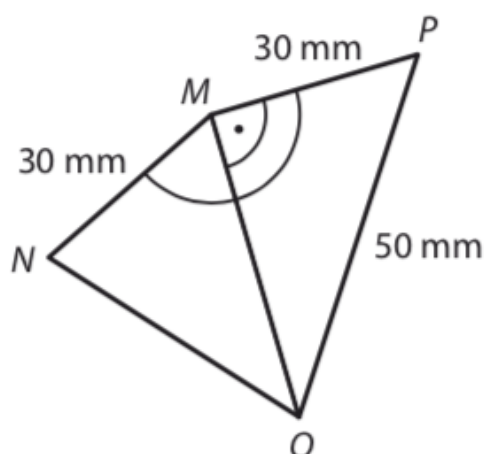
Nová škola s.r.o.
18 C

Zadání úlohy 19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Ve čtyřúhelníku $MNOP$ platí:

$|MN| = |MP| = 30$ mm, $|OP| = 50$ mm, $|\sphericalangle NMP| = 150^\circ$, $|\sphericalangle OMP| = 90^\circ$



(CZVM)

2 body

19 Jaká je délka strany NO ?

Výsledek je zaokrouhlen na celé mm.

- A) 31 mm
- B) 33 mm
- C) 36 mm
- D) 40 mm
- E) větší než 41 mm

Řešení úlohy 19

19)

Z Pythagorovy věty plyne, že délka strany MO je 40 mm. Dále platí:

$$|\sphericalangle NMO| + |\sphericalangle OMP| = |\sphericalangle NMP|$$

$$|\sphericalangle NMO| + 90^\circ = 150^\circ$$

$$|\sphericalangle NMO| = 60^\circ$$

Nyní využijeme Kosinovu větu na výpočet délky strany NO , dále značeno c , zbylé strany trojúhelníku NMO značeny a, b , úhel NMO značen γ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$c^2 = 30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \cos 60^\circ$$

$$c^2 = 2500 - 1200 \rightarrow c = \sqrt{1300} \doteq 36 \text{ mm}$$

19 c

Zadání úlohy 20 - 21

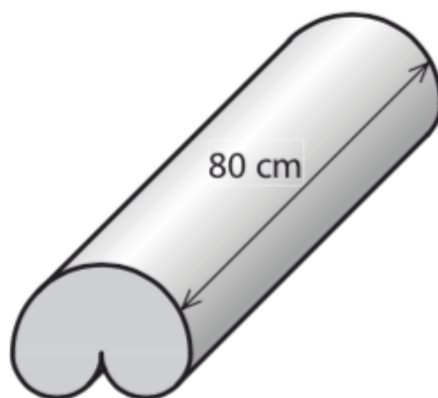
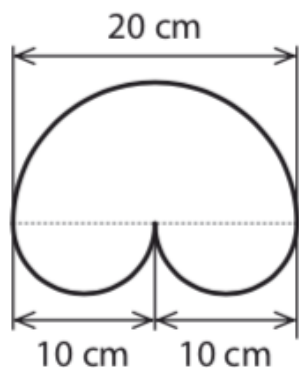
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 20–21

Molitanová balanční podložka je těleso složené ze tří půlválců (částí rotačních válců).

Podstavou největšího půlválce je půlkruh s průměrem 20 cm a podstavami dvou stejných menších půlválců jsou půlkruhy s průměrem 10 cm.

Výšky všech půlválců jsou 80 cm.

Podstava podložky



(CZW)

20 Jaký je objem balanční podložky?

- A) $4\pi \text{ dm}^3$
- B) $5\pi \text{ dm}^3$
- C) $6\pi \text{ dm}^3$
- D) $8\pi \text{ dm}^3$
- E) jiný objem

2 body

21 Jaký je povrch balanční podložky (včetně obou podstav)?

- A) menší než $1600\pi \text{ cm}^2$
- B) $1600\pi \text{ cm}^2$
- C) $1675\pi \text{ cm}^2$
- D) $1750\pi \text{ cm}^2$
- E) větší než $1750\pi \text{ cm}^2$

Řešení úlohy 20 - 21

20)

Objem vypočítáme pomocí vzorce:

$$V = S_p \cdot v$$

Chybějící hodnota je tedy obsah podstavy. Podstave je složením tří půlkruhů:

$$S_p = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} + \frac{\pi \cdot 5^2}{2} + \frac{\pi \cdot 10^2}{2} = \frac{150\pi}{2} = 75\pi \text{ cm}^2$$

$$V = 75\pi \cdot 80 = 6\,000\pi \text{ cm}^3 = 6\pi \text{ dm}^3$$

20 C

21)

Povrch spočítáme jako součet obsahu podstav a obsahu pláště. Obsah podstavy je vypočten výše a plášť rozdělíme na 3 poloviny plášťů určitých válců:

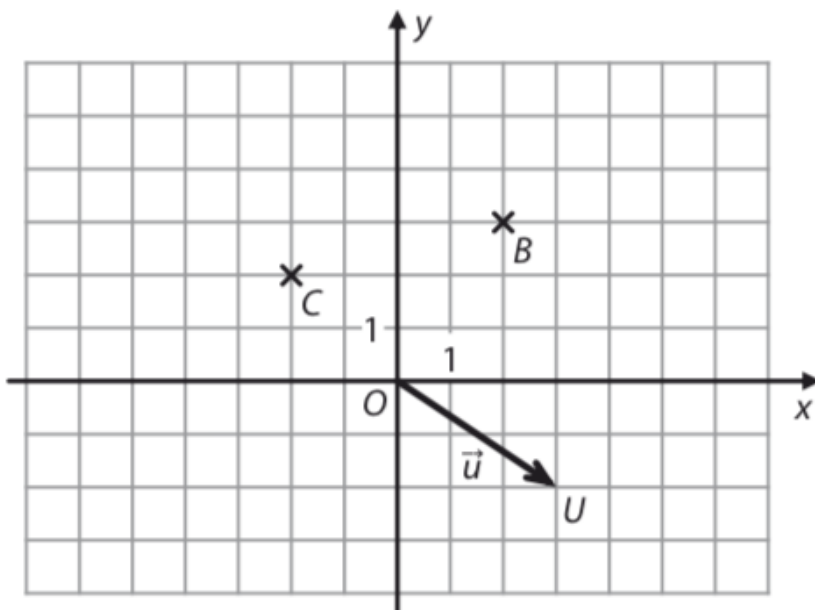
$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot 75\pi + \frac{2\pi \cdot 5 \cdot 80}{2} + \frac{2\pi \cdot 5 \cdot 80}{2} + \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 80}{2} = 1\,750 \pi \text{ cm}^2$$

NovýAmos.CZ
21 D

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojíme bod A tak, aby orientované úsečky $\overrightarrow{AB}$ a $\overrightarrow{OU}$ určovaly tentýž vektor $\vec{u}$.



Body B, C, U jsou mřížové body.

(CZVV)

2 body

22 Jaká bude vzdálenost bodů A, C ?

- A) menší než $\sqrt{10}$
- B) $\sqrt{10}$
- C) 5
- D) $\sqrt{50}$
- E) větší než $\sqrt{50}$

Řešení úlohy 22

22)

Souřadnice bodu A určíme následovně:

$$A + \vec{u} = B$$

$$A + (3, -2) = [2, 3]$$

$$A[-1, 5]$$

(Nebo jsme si mohli v obrázku naznačit kam vektor povede a určit tak souřadnice z obrázku)

Vzdálenost bodů A a C spočítáme jako velikost vektoru mezi nimi:

$$\overrightarrow{AC} = C - A = [-2, 2] - [-1, 5] = (-1, -3)$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

22 B

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

V rovině leží body $A[-5; 3]$, $B[-1; 5]$ a přímka $o: y = -x$.

Bod S je střed úsečky AB .

(CZVV)

2 body

23 Který z následujících bodů je obrazem bodu S v osové souměrnosti s osou o ?

A) $[-4; 3]$

B) $[-4; -3]$

C) $[4; -3]$

D) $[3; -4]$

E) $[-3; -4]$

Řešení úlohy 23

23)

Pro souřadnice bodu S platí:

$$\frac{A + B}{2} = S$$
$$\frac{[-5,3] + [-1,5]}{2} = S$$
$$S[-3,4]$$

Nyní si stačí uvědomit polohu bodu a kde bude obraz bodu S v osové souměrnosti s osou o.

23 A

Zadání úlohy 24

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Z číslic 0, 1, 2, 3 jsou sestavena všechna trojmístná (neboli trojciferná) čísla, ve kterých se číslice **neopakují**. (Trojmístné číslo nezačíná číslicí 0.)

(CZVV)

2 body

24 Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném výběru jednoho z těchto čísel vybereme číslo liché?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{2}{9}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{4}{9}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

Řešení úlohy 24

24)

Nejdříve určíme celkový počet možností.

Kdyby mohla být nula na začátku možností by bylo:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

Nyní stačí ubrat možnosti, kdy nula na začátku je:

$$24 - 3 \cdot 2 = 18$$

Za daných podmínek je složené číslo liché, když je na konci 1 nebo 3 přičemž opět nemůže být nula na začátku, tedy $2 \cdot 2$ možností s 1 na konci, a to samé pro 3 na konci.

Pravděpodobnost, že vybereme číslo liché je:

$$P = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

24 D

Zadání úlohy 25

max. 4 body

- 25** Každá funkce daná některým z předpisů 25.1–25.4 je definována pro všechna $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$.

Přiřadte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) útvar (A–F), na němž leží všechny body grafu této funkce.

25.1 $y = \frac{2x^3}{x}$ _____

25.2 $y = \frac{x^2}{x \cdot \sqrt{2}}$ _____

25.3 $y = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{x}$ _____

25.4 $y = \frac{x^2}{2x^3}$ _____

- A) přímka různoběžná se souřadnicovými osami
- B) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou x
- C) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou y
- D) parabola souměrná podle souřadnicové osy x
- E) parabola souměrná podle souřadnicové osy y
- F) hyperbola

Řešení úlohy 25

25)

25.1)

Výraz je možné pokrátit a získat tvar $y = 2x^2$, což je parabola souměrná podle osy y .

25.1 E

25.2)

Po úpravě $y = \frac{x}{\sqrt{2}}$ což je předpis lineární funkce, která protíná obě souřadnicové osy.

25.2 A

25.3)

Úpravou získáváme $y = \sqrt{2}$, což je funkce konstantní, tedy přímka rovnoběžná s osou x .

25.3 B

25.4)

Po úpravě $y = \frac{1}{2x}$. Jedná se o předpis hyperboly.

25.4 F

Zadání úlohy 26

max. 3 body

26 Pro $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ přiřadte ke každému výrazu (26.1–26.3) jeho ekvivalentní vyjádření (A–E).

26.1 $\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x$ _____

26.2 $\cos 2x + 1$ _____

26.3 $\frac{1}{1 + \cot^2 x}$ _____

A) $\sin^2 x$

B) $\cos^2 x$

C) $2 \cdot \sin x$

D) $2 \cdot \sin^2 x$

E) $2 \cdot \cos^2 x$

Řešení úlohy 26

26)

26.1)

$$\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 2\sin^2 x$$

26.1 D

26.2)

$$\cos 2x + 1 = \cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = 2\cos^2 x$$

26.2 E

26.3)

$$\frac{1}{1 + \cot^2 x} = \frac{1}{1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} \cdot \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \sin^2 x$$

26.3 A

Všechny testy z matematiky předchozích let on-line:

testy 2020 | testy 2019 | testy 2018 | testy 2017 | testy 2016 | testy 2015 | testy 2014 | testy 2013 | testy 2012 | testy 2011 | testy 2010

Orientační výsledky. Oficiální výsledky budou zveřejněny po zasedání validační komise Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání.

Tweet

To se mi líbí 29

Příspěvek byl publikován 1.9.2020 [<https://www.statnimatorita-matika.cz/reseni-testu-2020-podzim>] | Rubrika: Řešení.