

Výsledky a řešení podzimního matematického testu 2019

DIDAKTICKÝ TEST MA ŘEŠENÍ 2019 PODZIM

Pro všechny maturující z matematiky jsou tu orientační **výsledky** a detailní postup řešení (po oficiálním zveřejnění výsledků) **podzimního didaktického testu z matematiky 2019**. Projděte si je a porovnejte s vašimi vlastními výsledky, abyste zjistili, jak jste si u podzimního termínu maturity z matematiky vedli. Nový Amos přeje všem maturantům mnoho úspěchů. Výsledky a řešení jsou také vhodné pro učení se na další termíny státní maturity z matematiky. Čím více si jich vypočítáte, tím větší šance na úspěch u maturity z matematiky.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - podzim 2019

Zadání didaktického testu z matematiky 2019 podzim

Zadání úlohy 1

1 bod

1 Je dán interval $A = (3; 5)$ a množina $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Uvedte všechny prvky množiny B, které nepatří do průniku $A \cap B$.

Řešení úlohy 1

1) V průniku A a B jsou čísla 4 a 5, Tedy čísla, která z množiny B nejsou v průniku A a B jsou **1, 2, 3, 6**

Zadání úlohy 2

1 bod

2 **Vypočtěte, kterým číslem musíme vydělit 5^{250} , abychom dostali 25^5 .**

Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

Řešení úlohy 2

2)

$$5^{250} : x = 25^5$$

$$x = \frac{5^{250}}{25^5} = \frac{5^{250}}{(5^2)^5} = \frac{5^{250}}{5^{10}} = 5^{240}$$



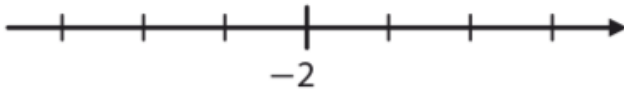
Zadání úlohy 3

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

Na číselné ose je vyznačeno 7 bodů, z nichž jeden je obraz čísla -2 .

Právě tři ze zbývajících šesti vyznačených bodů představují obrazy čísel a, b, c , která splňují následující podmínky:

$$2 < -a; b < c; -a < -c$$



(CZVV)

1 bod

3 Najděte a popište obrazy čísel a, b, c na číselné ose.

Řešení úlohy 3

3)

$$2 < -a \quad / \cdot (-1)$$

$$a < -2$$

Pro umístění obrazu čísla a jsou 3 možnosti. Protože a je větší než c a b je menší než c , jediná možnost je tato:



Zadání úlohy 4

max. 2 body

4 Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ upravte na co nejjednodušší tvar (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\frac{\frac{a+6}{a-2} + 1}{2} \cdot (a^2 - 4a + 4) =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 4



4)

$$\frac{\frac{a+6}{a-2} + 1}{2} \cdot (a^2 - 4a + 4) = \frac{\frac{a+6}{a-2} + \frac{a-2}{a-2}}{2} \cdot (a-2)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a+6+a-2}{a-2} \cdot (a-2)^2$$

$$\frac{2a+4}{2(a-2)} \cdot (a-2)^2 = \frac{2(a+2)}{2} \cdot (a-2) = a^2 - 4$$

Zadání úlohy 5

max. 3 body

5 V oboru R řešte:

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1 \right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 5

5)

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1 \right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

$$\frac{x(2x-6)}{x-6} - x = \frac{6-7x}{6-x} \quad / \cdot (6-x)$$

$$-x \cdot (2x-6) - x \cdot (6-x) = 6-7x$$

$$-2x^2 + 6x - 6x + x^2 = 6-7x$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$D = 49 - 24 = 25$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 1$$

Řešením ale nemůže být $x = 6$, protože bychom po dosazení dělili nulou, řešením je tedy pouze:

$$x = 1$$

Zadání úlohy 6

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Dva mniši opisovali rukopisy. Každý z nich pracoval stále stejným tempem.

Mladší Dominik opsal za každý **týden** n stránek rukopisu ($n \in \mathbf{N}$). Starší Alfons byl pomalejší a každý týden opsal o třetinu méně stránek než Dominik.

(CZVV)

max. 2 body

6

6.1 Určete v závislosti na n , **kolik stránek** celkem opsali oba mniši za 3 týdny.

6.2 Určete, za **kolik týdnů** opsali oba mniši celkem $100n$ stránek rukopisu.

Řešení úlohy 6

6)

6.1

Dominik opíše n stránek za týden a Alfons $\frac{2}{3}n$ stránek týdně.

Za 3 týdny, opíše každý 3krát více stránek, tedy:

$$3n + 3 \cdot \frac{2}{3}n = 3n + 2n = 5n$$

6.2

Lze řešit například použitím trojčlenky:

$$\frac{1}{x} = \frac{n + \frac{2}{3}n}{100n} \quad / \cdot 100xn$$

$$100n = xn + \frac{2}{3}xn \quad / : n (n \neq 0)$$

$$100 = \frac{5}{3}x \quad / : \frac{5}{3}$$

$$x = 60$$

Zadání úlohy 7



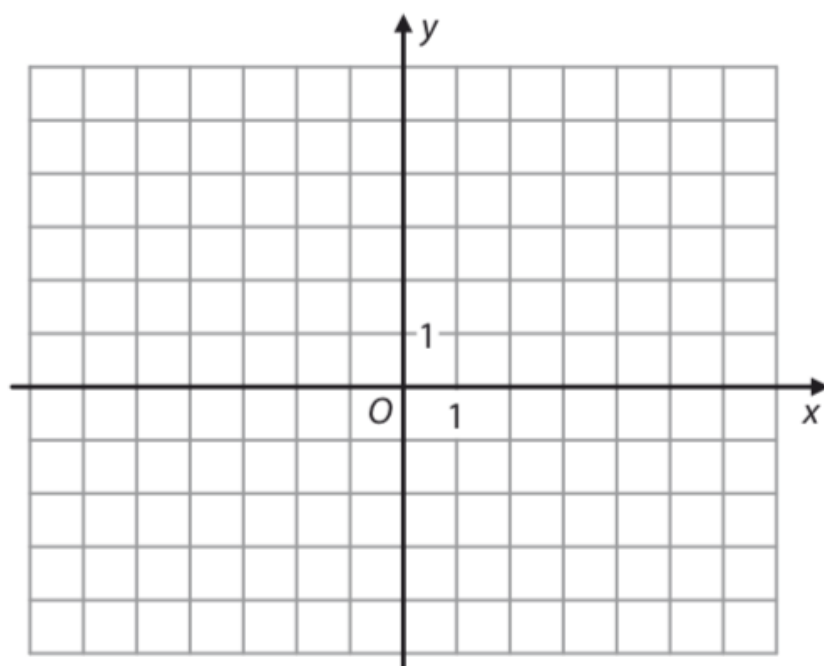
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Jsou dány přímky p a q .

$$p: x = 4 - 3t,$$

$$y = 1 - 2t, \quad t \in \mathbf{R}$$

$$q: y = 2x - 1$$



(CZW)

max. 3 body

7

- 7.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte přímku p .
Na přímce p vyznačte křížkem dva libovolné mřížové body a označte je A, B .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

- 7.2 Zapište souřadnice průsečíku $R[r_1; r_2]$ přímek p, q .

- 7.3 Zapište obecnou rovnici přímky m , která prochází bodem $O[0; 0]$ a je rovnoběžná s přímkou p .

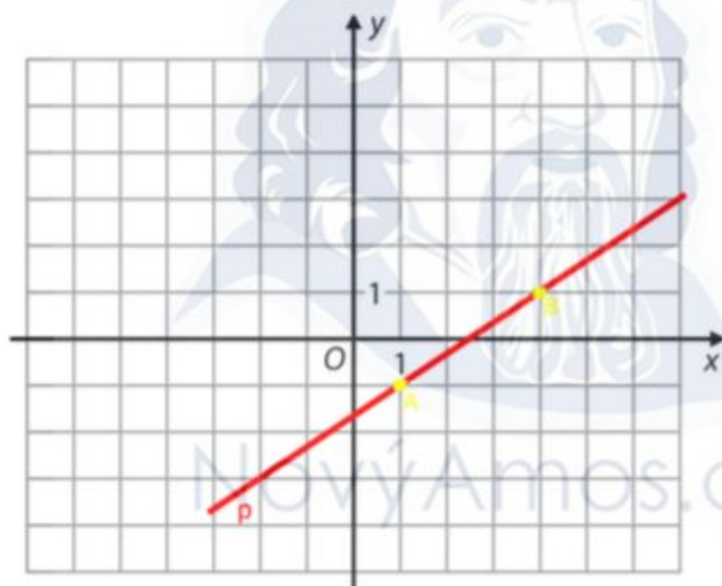
Řešení úlohy 7



7)

7.1

Přímku bude snadné narýsovat, jakmile získáme 2 body. Stačí za parametr t dosadit libovolné číslo, např 0 a 1:



7.2

Přímku p upravíme do tvaru obecné rovnice přímky, poté řešíme soustavu pro výpočet průsečíku přímek p a q .

$$x = 4 - 3t \quad / \cdot (2)$$

$$y = 1 - 2t \quad / \cdot (-3)$$

$$2x - 3y = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1$$

$$p: 2x - 3y = 5$$

$$p: 2x - 3y = 5$$

$$q: y = 2x - 1$$

$$2x - 3 \cdot (2x - 1) = 5$$

$$2x - 6x + 3 = 5$$

$$-4x = 2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Z druhé rovnice:

$$y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = -2$$

$$R\left[-\frac{1}{2}; -2\right]$$



7.3

Přímka m je rovnoběžná s přímkou p , mají tedy stejný normálový vektor, tedy stejné koeficienty v obecné rovnici přímky.

$$m: 2x - 3y + c = 0$$

Dosadíme souřadnice bodu O a zjistíme že $c = 0$.

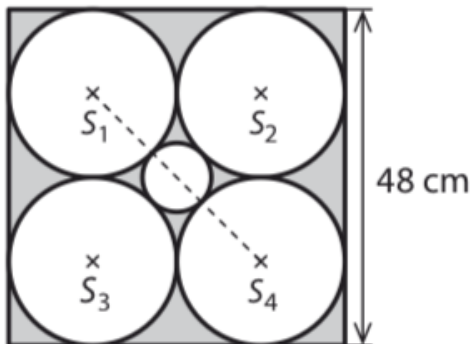
$$m: 2x - 3y = 0$$

Zadání úlohy 8 a 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 8–9

Ve čtverci o straně délky 48 cm jsou zakresleny čtyři shodné velké kruhy se středy S_1 – S_4 a uprostřed jeden malý kruh.

Každé dva kruhy mají společný právě jeden bod a každý velký kruh se dotýká dvou stran čtverce.



(CZW)

1 bod

- 8 Vypočtete v cm vzdálenost středů S_1, S_4 .**
Výsledek zaokrouhlete na celé cm.

1 bod

- 9 Vypočtete v cm obvod malého kruhu.**
Výsledek zaokrouhlete na celé cm.

Řešení úlohy 8 a 9



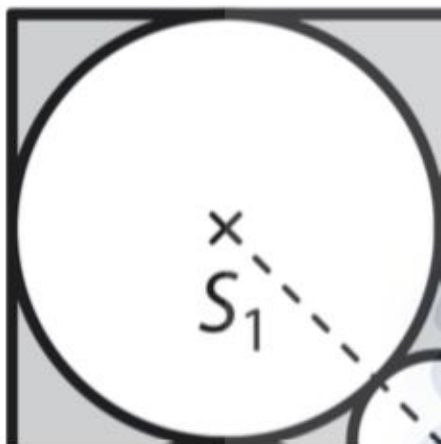
8)

Vzdálenost středu libovolného velkého kruhu od středu čtverce je čtvrtinou délky úhlopříčky čtverce. Vzdálenost středů S_1 a S_4 je tedy polovinou úhlopříčky čtverce, tu vypočítáme pomocí Pythagorovi věty.

$$|S_1S_4| = \frac{\sqrt{48^2 + 48^2}}{2} \doteq \mathbf{34\text{ cm}}$$

9)

Vezmeme si z obrázku pouze jednu čtvrtinu:



Úhlopříčka této čtvrtina lze vypočítat pomocí Pythagorovi věty.

Pokud od úhlopříčky čtverce, který takto vznikl, odečteme průměr většího kruhu a výsledek vydělíme 2, dostaneme poloměr malého kruhu. Poté vypočítáme obvod malého kruhu.

$$r = \frac{\sqrt{24^2 + 24^2} - 24}{2}$$

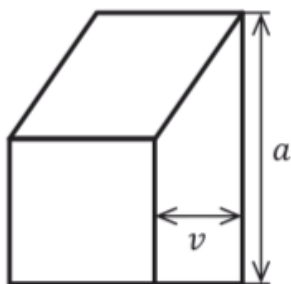
$$o = 2\pi r \doteq \mathbf{31\text{ cm}}$$

Zadání úlohy 10 a 11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 10–11

Pětiúhelník na obrázku je složen z kosodélníku, čtverce a lichoběžníku.

Každý z těchto tří čtyřúhelníků má obsah 36 cm^2 .



(CZW)

1 bod

10 Určete v cm délku a delší základny lichoběžníku.

1 bod

11 Určete v cm velikost v výšky lichoběžníku.

Řešení úlohy 10 a 11

10)

Obsah čtverce je 36 cm^2 , jeho strana je tedy dlouhá 6 cm. Ze vzorce pro obsah kosodélníku spočítáme že jeho výška, rovnoběžná se základnami lichoběžníku, je dlouhá také 6 cm. Součet menší základny lichoběžníku a této výšky kosodélníku je tedy 12 cm, což je délka delší základny lichoběžníku.

$$a = 12 \text{ cm}$$

11)

Ze vzorce pro obsah lichoběžníku spočítáme jeho výšku:

$$\frac{(a + c) \cdot v}{2} = 36$$

$$\frac{(6 + 12) \cdot v}{2} = 36$$

$$9v = 36 \quad /:9$$

$$v = 4$$

Zadání úlohy 12



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Trenérka přinesla 6 stejných červených a 6 stejných modrých triček. Každé z 12 dívek přidělí 1 tričko.

(CZVV)

1 bod

12 Vypočtete, kolika různými způsoby může trenérka trička dívkám přidělit.

Řešení úlohy 12

12)

Pokud by se jednalo o různá trička, pro první dívku by bylo 12 možností, pro další 11, pro další by bylo vybíráno z 10, takto by se postupovalo dál, až by na poslední zbylo 1, možností by tak bylo 12!.

Všechna červená trička jsou ale stejná a stejně tak i modrá trička. Vícekrát jsme tak započítali stejnou možnost, bude potřeba tuto hodnotu vydělit určitým číslem. V libovolné možnosti je možné proházovat všechna červená trička, tedy 6!. Pro libovolné rozdělení červených triček je možné proházovat všechna modrá trička, budeme tedy dělit součinem 6! a 6!.

$$\frac{12!}{6! \cdot 6!} = 924$$

Zadání úlohy 13

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Na stůl jsme rozložili dvanáct kartiček. Na každé z nich je zapsáno jedno číslo. Aritmetický průměr těchto čísel je 25. Když odebereme dvě kartičky s čísly, jejichž rozdíl je 26, na stole zůstane deset kartiček, a to s čísly, jejichž aritmetický průměr je 24.

(CZVV)

max. 2 body

13 Určete čísla na obou kartičkách, které odebereme.

Řešení úlohy 13



13)

Pokud označíme n jako součet čísel, která nebyla odebrána, x a y odebraná čísla, dostaneme následující soustavu rovnic:

$$\frac{n + x + y}{12} = 25$$

$$x - y = 26$$

$$\frac{n}{10} = 24 \quad / \cdot 10$$

$$n = 240$$

Z druhé rovnice dále vyjádříme x a vložíme x a n do první rovnice.

$$x = 26 + y$$

$$\frac{240 + 26 + y + y}{12} = 25 \quad / \cdot 12$$

$$266 + 2y = 300$$

$$2y = 34 \quad / : 2$$

$$y = 17$$

$$x = 26 + 17$$

$$x = 43$$

Byla odebrána čísla **43,17**.

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V geometrické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 1,4$ platí, že součin prvního a druhého členu je stejný jako součet obou těchto členů.

(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtete

14.1 kvocient této posloupnosti,

14.2 třetí člen této posloupnosti.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Řešení úlohy 14



14)

14.1

Druhý člen zapíšeme pomocí prvního členu a vytvoříme rovnici:

$$a_1 \cdot a_2 = a_1 + a_2$$

$$a_1 \cdot a_1 \cdot q = a_1 + a_1 \cdot q$$

Dosadíme hodnotu prvního členu a spočítáme kvocient.

$$1,4 \cdot 1,4 \cdot q = 1,4 + 1,4 \cdot q$$

$$1,96q - 1,4q = 1,4$$

$$0,56q = 1,4 \quad /: 0,56$$

$$q = 2,5$$

14.2

Třetí člen spočítáme pomocí prvního členu a kvocientu:

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 = 1,4 \cdot 2,5^2 = 8,75$$

Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Každý ze tří muzikantů vydělal na společném koncertě **stejnou** částku.

Kamil utratil dvě pětiny svého výdělku, Luboš utratil o 50 % více než Kamil a Martinovi z výdělku zbylo 240 korun.

Všichni tři muzikanti tak utratili celkem 60 % společného výdělku z koncertu. Zbytek poslali jako dar na charitu.

(CZVV)

max. 3 body

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik korun činil dar na charitu.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení úlohy 15



15)

Označíme x výdělek jednoho z muzikantů.

Kamil tak utratil $0,4x$ a Luboš $0,6x$. Martinova útrata je $x - 240$.

Součet těchto útrat je 60% z výdělku, tedy:

$$0,4x + 0,6x + x - 240 = 0,6 \cdot 3x$$

$$2x - 240 = 1,8x$$

$$0,2x = 240 \quad / \cdot 5$$

$$x = 1200$$

Od výdělku odečteme útraty a dostaneme počet peněz darovaných na charitu.

$$1200 \cdot 3 - 0,4 \cdot 1200 - 0,6 \cdot 1200 - (1200 - 240) = 3600 - 480 - 720 - 960 = \mathbf{1440}$$

Zadání úlohy 16

max. 2 body

16 Na množině $\mathbf{R} \setminus \{-2\}$ je dána funkce $f: y = \frac{2}{x+2}$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 Grafem funkce f je hyperbola.

A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

16.2 Graf funkce f protíná obě souřadnicové osy x, y .

16.3 $f(1) = 0$

16.4 Obor hodnot funkce f je $H_f = \mathbf{R} \setminus \{0\}$.

Řešení úlohy 16

16)

16.1 A

Jedná se o hyperbolu.

16.2 N

Buď z načrtnuté funkce dle známých vlastností, či výpočtem zjistíme že průsečík vzniká pouze s osou y .

16.3 N

Dosadíme-li za x hodnotu 1 nedostaneme 0.

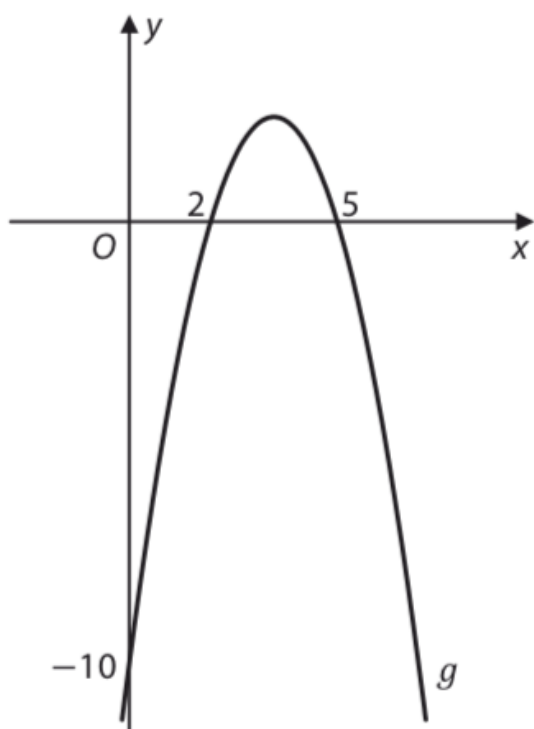
16.4 A

Nula je jediná hodnota, kterou ze zadané funkce dostat nemůžeme, proto je zadaný obor hodnot správný.

Zadání úlohy 17

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Kvadratická funkce g s definičním oborem $\mathbf{R}$ je dána grafem.



(CZW)

17 Které z následujících vyjádření je předpisem funkce g ?

- A) $y = x^2 + 7x - 10$
 B) $y = -x^2 + 7x + 10$
 C) $y = -(x + 2)(x + 5)$
 D) $y = (x - 2)(x + 5)$
 E) $y = (x - 2)(5 - x)$

Řešení úlohy 17

17)

Známe 3 body, což je dostatek pro určení předpisu. Jejich souřadnice dosadíme do obecného předpisu paraboly a dostaneme tak soustavu rovnic:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$0 = 4a + 2b + c$$

$$0 = 25a + 5b + c$$

$$-10 = c$$

Hodnotu parametru c můžeme dosadit do předchozích dvou rovnic, následně rovnice vhodně vynásobíme a sečteme.

$$4a + 2b = 10 \quad / \cdot 25$$

$$25a + 5b = 10 \quad / \cdot (-4)$$

$$30b = 210 \quad / : 30$$

$$b = 7$$

$$4a + 14 = 10$$

$$4a = -4 \quad / : 4$$

$$a = -1$$

$$y = -x^2 + 7x - 10$$

Taková možnost k dispozici není, pokud ale trojčlen vhodně upravíme, na jednu z možností se dostaneme:

$$y = -x^2 + 7x - 10 = -(x^2 - 7x + 10) = -(x - 2)(x - 5) = (x - 2)(5 - x)$$

18 Pro $x, y \in \mathbf{R}$ platí:

$$x > 0, y = -5$$

Který z následujících výrazů může být za výše uvedených podmínek pro některé hodnoty x kladný?

A) $\frac{1}{x} + y$

B) $y - x^2$

C) $y - x$

D) xy

E) $\frac{x^2}{y}$

Řešení úlohy 18

18)

Možnost E vyřadíme, protože je čítecel vždy kladný a jmenovatel záporný. Podílem tak vzniká záporné číslo. Podobně vyřadíme možnost D, protože součin kladného a záporného čísla je záporné číslo. Rozdíl v možnosti C a B nebude nikdy kladný, protože je od záporného čísla odečítané kladné číslo. V možnosti A existují takové hodnoty x , kde výsledek kladný bude.

18 A

Zadání úlohy 19

2 body

19 Pro rovnoběžník $ABCD$ se středem S platí:

$$S[-1; 1], A[-2; -1], B[6; -1]$$

Jaké jsou souřadnice středu strany CD ?

A) $[3; 1]$

B) $[0; 3]$

C) $[-4; 3]$

D) $[-6; 2]$

E) jiné souřadnice

Řešení úlohy 19

19)

$$S_{AB} = \frac{A+B}{2} = \frac{[-2; -1] + [6; -1]}{2}$$

$$S_{AB}[2; -1]$$

$$S_{CD} = S_{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{S_{AB}S} = S_{AB} + 2 \cdot (S - S_{AB}) = 2S - S_{AB} = 2 \cdot [-1; 1] - [2; -1]$$

$$S_{CD}[-4; 3]$$

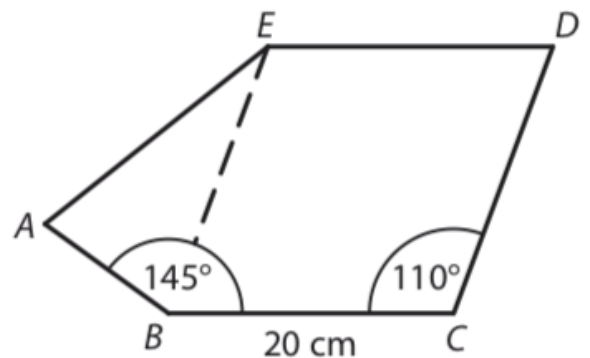
19 C

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Pětiúhelník $ABCDE$ je složen z rovnoramenného trojúhelníku ABE se základnou AB a kosočtverce $BCDE$. Platí:

$$|\sphericalangle ABC| = 145^\circ, |\sphericalangle BCD| = 110^\circ, |BC| = 20 \text{ cm}$$



(CZW)

2 body

20 Jaký je obvod pětiúhelníku $ABCDE$?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

- A) menší než 87 cm
- B) 88 cm
- C) 89 cm
- D) 90 cm
- E) větší než 91 cm

Řešení úlohy 20

20)

Všechny strany kosočtverce jsou 20 cm. Protože se jedná o rovnoramenný trojúhelník, pak i strana AE je dlouhá 20 cm. Do obvodu nám tak zbývá strana AB. Vedlejší úhly rovnoběžníku dávají dohromady 180° , úhel CBE je tak velký 70° . Z toho plyne že úhel ABE je 75° . Základna rovnoramenného trojúhelníku je strana AB, proto i úhel BAE je 75° . Součet vnitřních úhlů trojúhelníku je 180° , úhel AEB je tak 30° .

Ze Sinové věty plyne:

$$\frac{|AE|}{\sin 75^\circ} = \frac{|AB|}{\sin 30^\circ} \quad / \cdot \sin 30^\circ$$

$$\frac{20}{\sin 75^\circ} \cdot \sin 30^\circ = |AB|$$

$$|AB| \doteq 10,35 \text{ cm}$$

$$o = 4 \cdot 20 + |AB|$$

Po zaokrouhlení na celé číslo:

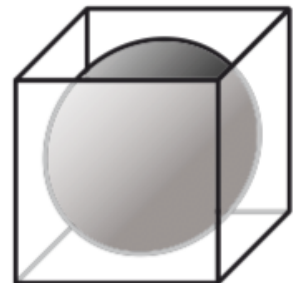
$$o \doteq 90 \text{ cm}$$

20 D

Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Do krabice tvaru krychle je vložen míč tvaru koule.
Míč se dotýká každé stěny krabice v jednom bodě.
Povrch míče je $361\pi \text{ cm}^2$.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je vnitřní objem prázdné krabice?

- A) $5\,832 \text{ cm}^3$
- B) $6\,859 \text{ cm}^3$
- C) $8\,000 \text{ cm}^3$
- D) $9\,261 \text{ cm}^3$
- E) jiný objem

Řešení úlohy 21



21)

Spočítáme z povrchu koule její poloměr, který je polovinou z hrany krychle. Následně můžeme spočítat objem krychle.

$$361\pi = 4\pi r^2 \quad /: 4\pi$$

$$r^2 = \frac{361}{4}$$

$$r = \frac{19}{2}$$

$$V = a^3 = (2r)^3 = 19^3 = 6859 \text{ cm}^3$$

21 B

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Váza je zasazena do drátěného podstavce.

Vnitřní prostor vázy má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s výškou 24 cm a objemem $1\,568 \text{ cm}^3$.



(CZW)

2 body

22 Jaký je obsah všech vnitřních ploch vázy?

- A) 672 cm^2
- B) 700 cm^2
- C) 720 cm^2
- D) 732 cm^2
- E) jiný obsah

Řešení úlohy 22



22)

Ze vzorce pro objem pravidelného jehlanu spočítáme obsah podstavy. Odtud určíme délku hrany podstavy.

$$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$$

$$1568 = \frac{S_p \cdot 24}{3}$$

$$1568 = S_p \cdot 8 \quad /:8$$

$$S_p = 196 \text{ cm}^2$$

$$S_p = a^2 = 196$$

$$a = 14 \text{ cm}$$

Pro obsah stěny potřebujeme znát její výšku. Tu dostaneme z Pythagorovi věty, protože výška stěny, celková výška a polovina hrany podstavy tvoří pravoúhlý trojúhelník.

$$v_a = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

$$S_{pl} = 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2} = 4 \cdot \frac{14 \cdot 25}{2} = 700 \text{ cm}^2$$

22 B

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Klient si v Kocourkově sjednal na tři roky cestovní pojištění, za něž měl platit 100 korun měsíčně. Za bezeškodní průběh pojištění mu pojišťovna každý měsíc poskytla slevu ve výši 2 korun z ceny, kterou platil předchozí měsíc. Tedy druhý měsíc zaplatil 98 korun, třetí měsíc 96 korun atd.

Klient neměl žádnou pojistnou událost (škodu) během celé doby pojištění.

(CZVV)

2 body

23 Kolik korun celkem zaplatil klient za tříleté cestovní pojištění?

- A) méně než 2 304 korun
- B) 2 304 korun
- C) 2 322 korun
- D) 2 340 korun
- E) více než 2 340 korun

Řešení úlohy 23



23)

Jedná se o aritmetickou posloupnost s prvním členem 100 a diferencí -2.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = 100 + (36 - 1) \cdot (-2) = 100 - 70 = 30$$

$$S_{36} = \frac{36 \cdot (100 + 30)}{2} = 2340$$

23 D

Zadání úlohy 24

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Banka u hypotečních úvěrů používá složené úročení s ročním úrokovacím obdobím a připisováním úroků na konci roku.

Banka poskytla klientovi na počátku roku hypoteční úvěr, který klient začal splácet až po uplynutí tří let. Za tuto dobu úroky navýšily dlužnou částku o 9,3 %.

(CZVV)

2 body

24 Jaká je roční úroková míra hypotečního úvěru?

Výsledek je zaokrouhlen na desetiny procenta.

- A) menší než 2,9 %
- B) 2,9 %
- C) 3,0 %
- D) 3,1 %
- E) větší než 3,1 %

Řešení úlohy 24

24)

$$F_n = P \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

$$F_0 = P$$

$$F_3 = P \left(1 + \frac{p}{100} \right)^3$$

$$P \left(1 + \frac{p}{100} \right)^3 = P \cdot 1,093 \quad /: P \quad (P \neq 0)$$

$$\left(1 + \frac{p}{100} \right)^3 = 1,093$$

$$1 + \frac{p}{100} = \sqrt[3]{1,093} \quad / \cdot 100$$

$$100 + p = 100 \cdot \sqrt[3]{1,093}$$

$$p = 100 \cdot \sqrt[3]{1,093} - 100 \doteq 3$$

24 C

Zadání úlohy 25

max. 4 body

- 25** Ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru $\mathbb{R}$ přiřadte interval (B–F), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (A), nemá-li rovnice řešení.

25.1 $\log_{10}(-2x) = 0$ _____

25.2 $\log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1\,000$ _____

25.3 $2^x : 32^{0,5} = \sqrt[3]{32}$ _____

25.4 $2^{-x} + 2 = 0$ _____

- A) $\emptyset$
- B) $(-\infty; -2)$
- C) $(-2; 0)$
- D) $(0; 2)$
- E) $(2; 4)$
- F) $(4; +\infty)$



Řešení úlohy 25

25)

25.1 C

$$\log_{10}(-2x) = 0$$

$$10^0 = -2x \quad /: (-2)$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

25.2 E

$$\log_{10} 10^x + x \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$$

$$x + x \cdot 0 = 3$$

$$x = 3$$

25.3 F

$$2^x : 32^{0,5} = \sqrt[3]{32}$$

$$\frac{2^x}{(2^5)^{0,5}} = \sqrt[3]{2^5}$$

$$\frac{2^x}{2^{2,5}} = 2^{\frac{5}{3}}$$

$$x - 2,5 = \frac{5}{3} \quad / \cdot 6$$

$$6x - 15 = 10$$

$$6x = 25$$

$$x = \frac{25}{6}$$

25.4 A

$$2^{-x} + 2 = 0$$

$$2^{-x} = -2$$

Rovnice nemá řešení.

Zadání úlohy 26

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 26

Hodíme současně dvěma běžnými hracími kostkami – bílou a modrou.

Při hodu kteroukoli z těchto kostek může padnout libovolné celé číslo od 1 do 6. Všechny tyto výsledky jsou stejně pravděpodobné.

(CZW)

max. 3 body

26 Přiřadte ke každému z následujících jevů (26.1–26.3) pravděpodobnost (A–E), s níž může daný jev nastat.

- 26.1 Na bílé kostce padne liché číslo. _____
- 26.2 Na obou kostkách padnou stejná čísla. _____
- 26.3 Na bílé kostce padne číslo menší než 4 a na modré číslo větší než 3. _____

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

E) jiná pravděpodobnost

Řešení úlohy 26

26)

26.1 D

Na bílé kostce jsou tři možná lichá čísla z 6 čísel kostky, tedy $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

26.2 A

Celkový počet různých dvojic je $6 \cdot 6$ a je 6 možností stejných dvojic.

$$P = \frac{6}{6 \cdot 6} = \frac{1}{6}$$

26.3 B

Pro každou kostku jsou možné 3 hodnoty, tedy počet možných úspěšných kombinací je $3 \cdot 3$ z celkové počtu 36.

$$\frac{3 \cdot 3}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$