

Výsledky a řešení jarního matematického testu 2019

DIDAKTICKÝ TEST MA ŘEŠENÍ 2019 JARO

Orientační výsledky a detailní postup řešení didaktického testu z matematiky u státní maturity 2019 v jarním termínu pro všechny maturující z matematiky jsou zde. Prohlédněte si je a porovnejte si výsledky s těmi vlastními, abyste zjistili, jak se vám dařilo nelehké úlohy vyřešit. **Všem maturantům přeje mnoho úspěchů NovýAmos.cz, který pro vás výsledky a řešení každý rok každý maturitní termín připravuje.** Výsledky a řešení také skvěle poslouží při učení se na další termíny státní maturity z matematiky.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - jaro 2019

Zadání didaktického testu z matematiky 2019 jaro

Zadání úlohy 1

1 bod

1 $\mathbb{Z}$ je množina všech celých čísel, $A = (-2; 3)$.

Určete všechny prvky množiny $A \cap \mathbb{Z}$.

Řešení úlohy 1

1

Hledáme celá čísla větší než -2 a menší nebo rovna 3 .

Celá čísla v dané množině jsou $-1, 0, 1, 2, 3$.

$$A \cap \mathbb{Z} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

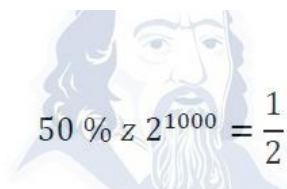
Zadání úlohy 2



- 2 Vypočtete 50 % z čísla 2^{1000} .
Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

Řešení úlohy 2

2



$$50 \% \text{ z } 2^{1000} = \frac{1}{2} \cdot 2^{1000} = \frac{2^{1000}}{2} = 2^{999}$$

Zadání úlohy 3

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Vlak má tři vagony, všechny se stejným počtem míst. V každém vagonu je o 20 míst k stání více než k sezení.

Při odjezdu z Roztok byl vlak zaplněn přesně do poloviny své kapacity.
V prvním a posledním vagonu byla všechna místa k sezení obsazená, ale ve druhém vagonu zůstalo 25 % míst k sezení volných.

(Kapacita vlaku je součet počtu všech míst k stání a sezení. Každý cestující obsadil buď jedno místo k stání, nebo jedno místo k sezení.)

(CZVV)

max. 2 body

- 3 Počet **míst k sezení** v jednom vagonu označme n .
Vyjádřete v závislosti na veličině n počet všech cestujících, kteří při odjezdu z Roztok
- 3.1 byli ve vlaku;
 - 3.2 ve vlaku stáli.

Řešení úlohy 3

3.1

Počet míst k sezení v jednom vagónu máme označit n a tudíž počet míst k stání v jednom vagónu označíme $n + 20$. Celková kapacita je tak trojnásobek součtu počtu míst k sezení a počtu míst ke stání. Polovina této kapacity je počet lidí, kteří byli ve vlaku při odjezdu z Roztok.

$$\frac{3(n + n + 20)}{2} = \frac{3(2n + 20)}{2} = \frac{3 \cdot 2(n + 10)}{2} = 3(n + 10) = 3n + 30$$

Počet cestujících, kteří byli při odjezdu z Roztok ve vlaku je $3n + 30$.

3.2

Od počtu cestujících, kteří jsou při odjezdu ve vlaku odečteme $2n$, tedy všechna místa na sezení ve dvou vagónech. Protože v jednom vlaku 25 % míst k sezení volných, pak jich je zabráno 75 %, tedy $0,75n$, které taky odečteme od počtu cestujících. Dostaneme tak počet lidí, kteří ve vlaku stáli.

$$3n + 30 - 2n - 0,75n = 0,25n + 30$$

Zadání úlohy 4

max. 2 body

4 Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$ zjednodušte:

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 4

4

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} = \frac{\frac{a+3}{a}}{\frac{a^2-9}{3}} = \frac{a+3}{a} : \frac{a^2-9}{3} = \frac{a+3}{a} \cdot \frac{3}{(a-3)(a+3)} = \frac{3}{a(a-3)} = \frac{3}{a^2-3a}$$

Zadání úlohy 5

5 V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici:

$$\frac{2x+8}{4x^2-8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 5

5

$$\frac{2x+8}{4x^2-8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2x+8}{4x(x-2)} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x} \quad / \cdot 4x(x-2)$$

$$2x+8 - 2 \cdot 5(x-2) = 4(x-2)$$

$$2x+8 - 10(x-2) = 4(x-2)$$

$$2x+8 - 10x+20 = 4x-8$$

$$-8x+28 = 4x-8$$

$$-12x = -36$$

$$x = 3$$

Podmínky: $x \neq 2 \vee x \neq 0$

Zadání úlohy 6**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6**

Na zámek přišly pouze dvě třetiny všech účastníků zájezdu, ale na prohlídku zámku čtyři z těchto příchozích nešli. Prohlídky zámku se tak zúčastnila jen polovina všech účastníků zájezdu.

(CZW)

6 Určete počet všech účastníků zájezdu.

1 k



Řešení úlohy 6

6

Počet všech účastníků x

Počet lidí, kteří přišli na zámek $\frac{2}{3}x$

Počet lidí, kteří šli na prohlídku zámku $\frac{2}{3}x - 4$

$$\frac{2}{3}x - 4 = \frac{x}{2} \quad / \cdot 6$$

$$4x - 24 = 3x$$

$$x = 24$$

Počet všech účastníků zájezdu je 24.

Zadání úlohy 7

max. 2 body

- 7 Kvadratická funkce má předpis $y = 2x^2 - 3x$. Její graf protíná přímka p ve dvou různých bodech $P[p_1; 9]$ a $Q[q_1; 9]$.

Vypočtete souřadnice p_1, q_1 bodů P, Q .

Řešení úlohy 7

$$9 = 2x^2 - 3x$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 9 + 72 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

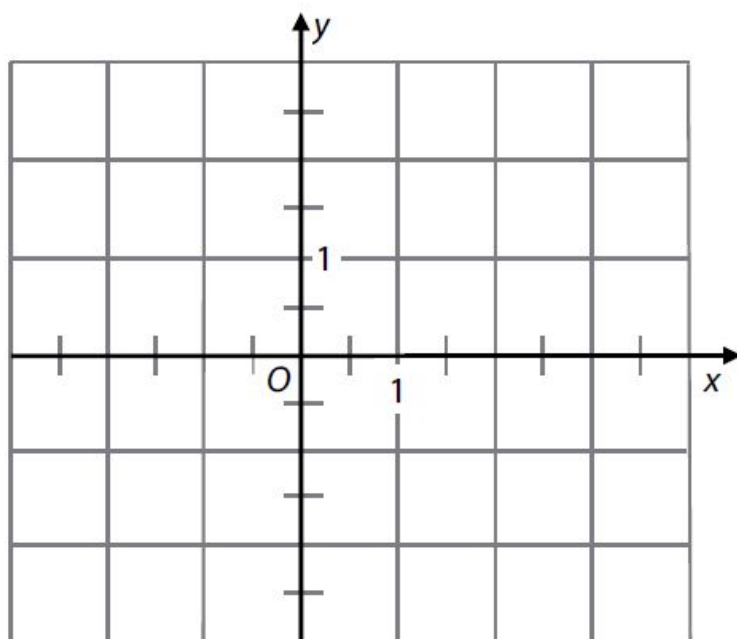
$$x_1 = 3; x_2 = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

p_1 a q_1 jsou $-\frac{3}{2}$ a 3.

Zadání úlohy 8

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Je dána funkce $f: y = \log_2 x$.



(CZVV)

max. 3 body

8

- 8.1 Dopočtěte souřadnici a_2 bodu $A[4; a_2]$ grafu funkce f .
- 8.2 Dopočtěte souřadnici b_1 bodu $B[b_1; -1]$ grafu funkce f .
- 8.3 Sestrojte graf funkce f s přesně vyznačenými body A, B a průsečíkem P grafu funkce f se souřadnicovou osou x .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Řešení úlohy 8

8

8.1

$$y = \log_2 4$$

$$y = 2$$

$$a_2 = 2$$

8.2

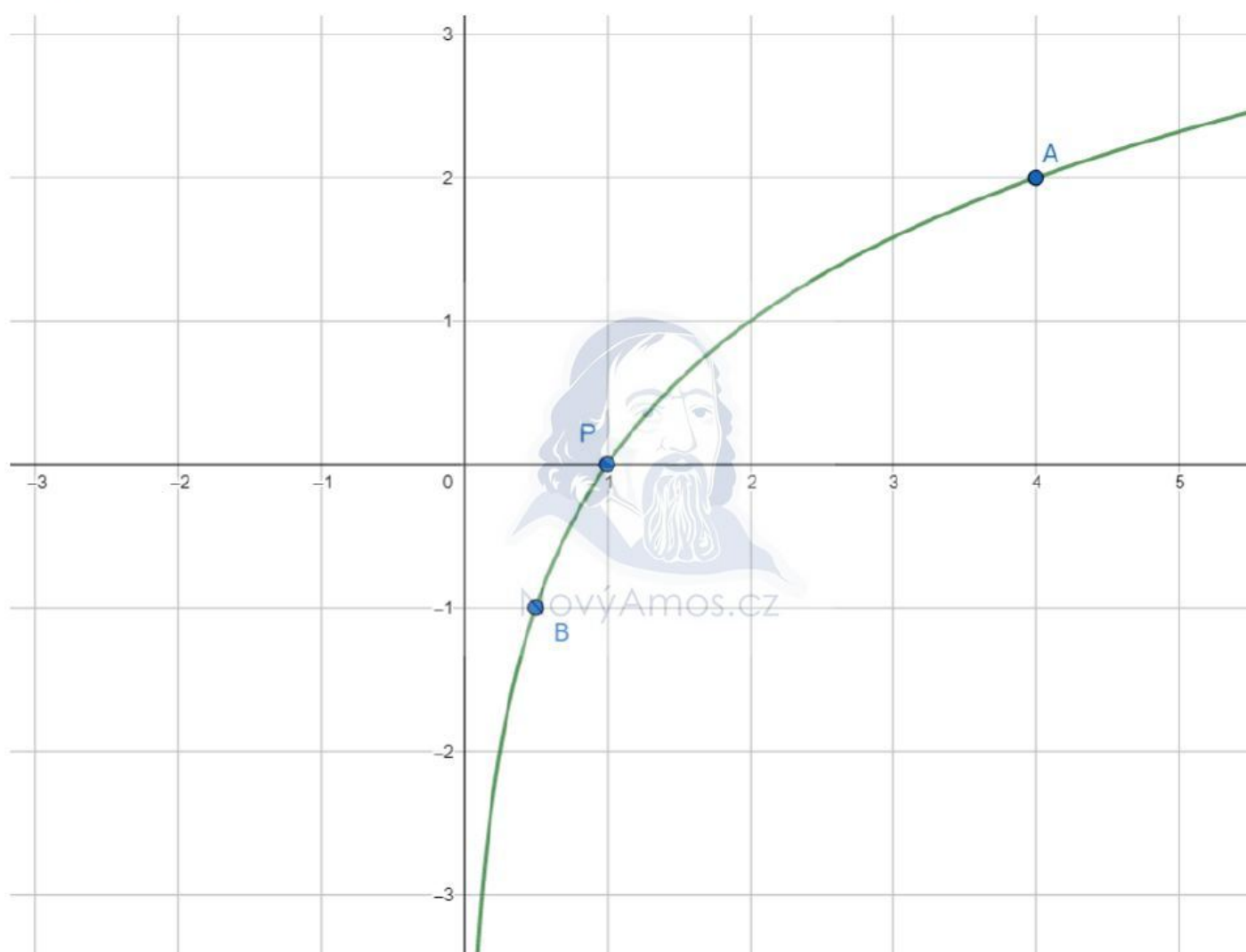
$$-1 = \log_2 x$$

$$2^{-1} = x$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}$$

8.3



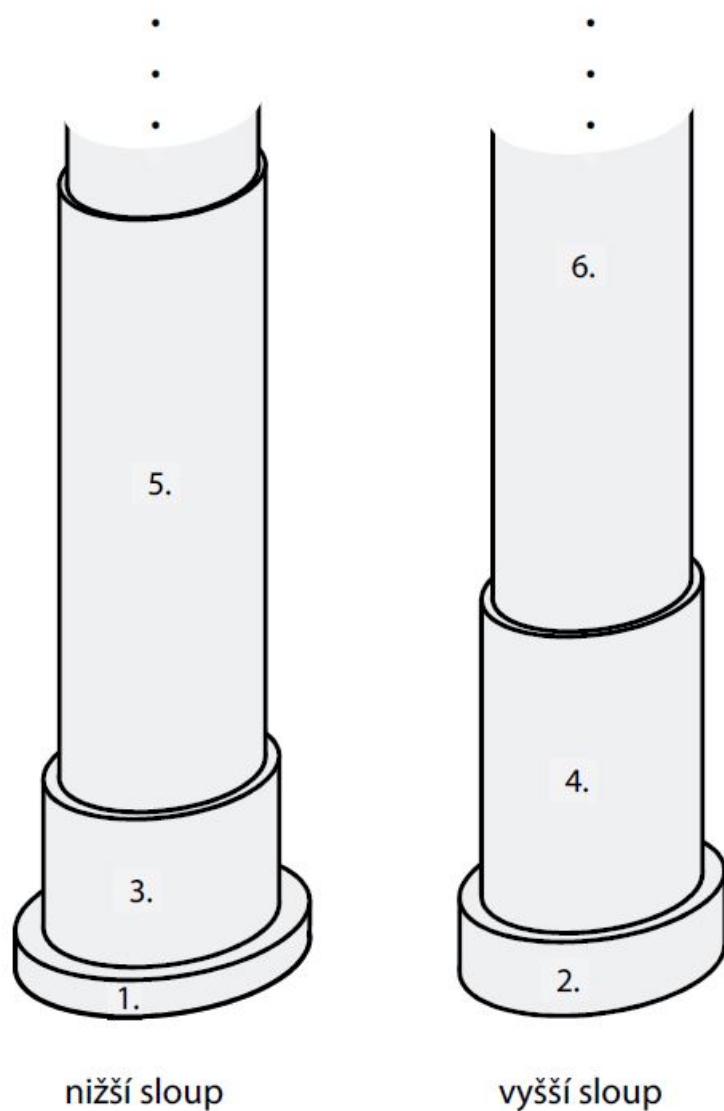
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V Kocourkově navrhli nereálný plán stavby dvou sloupů sahajících do nebe.

Na stavbu se má použít celkem 20 válců. Jednotlivé válce jsou podle výšky označeny pořadovými čísly od 1 do 20.

Nejnižší je 1. válec s výškou 1 m, 2. válec má výšku 2 m a rovněž každý další válec je dvakrát vyšší než válec s pořadovým číslem o 1 nižším. (Tedy 3. válec má výšku 4 m, 4. válec 8 m atd.)

Nižší sloup bude postaven ze všech válců označených lichými pořadovými čísly od 1 do 19, vyšší sloup ze všech válců označených sudými pořadovými čísly od 2 do 20.



(CZW)

max. 2 body

9 Určete v metrech

9.1 výšku 20. válce;

9.2 výšku nižšího sloupu.



9

9.1

Výšky jednotlivých válců tvoří geometrickou posloupnost, jejíž členy jsou mocniny dvou. Protože začínáme od 1, tedy nulté mocniny 2, n-tý člen bude:

$$a_n = 2^{n-1}$$

Nyní dosadíme $n = 20$, dostaneme výšku dvacátého válce.

$$a_{20} = 2^{20-1} = 2^{19} = 524288$$

Výška dvacátého válce je 524 288 metrů.

9.2

Výšky válců, označené lichými čísly, tvoří geometrickou posloupnost s kvocientem 4.

Použijeme vzorec na součet geometrické posloupnosti. První člen je 1 a sčítáme 10 členů.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

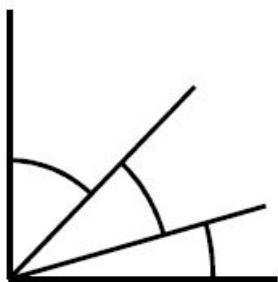
$$S_{10} = 1 \cdot \frac{4^{10} - 1}{4 - 1} = 349525$$

Celková výška nižšího sloupu je 349 525 metrů.

Zadání úlohy 10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Pravý úhel je rozdělen na tři úhly, jejichž velikosti tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Nejmenší z těchto tří úhlů má velikost 11° .



(CZVV)

1 bod

10 Určete ve stupních velikost největšího z těchto tří úhlů.



Nejmenší část z pravého úhlu má 11° . Protože se jedná o aritmetickou posloupnost, pak další část označíme $11^\circ + d$ a poslední $11^\circ + 2d$, kde d značí diferenci této posloupnosti. Součet těchto částí musí být roven 90° .

$$11^\circ + 11^\circ + d + 11^\circ + 2d = 90^\circ$$

$$33^\circ + 3d = 90^\circ$$

$$3d = 57^\circ$$

$$d = 19^\circ$$

Největší z těchto úhlů je $11^\circ + 2d$, tedy $11^\circ + 2 \cdot 19^\circ$, což se rovná 49° .

Zadání úlohy 11

1 bod

11 Pro dva různé úhly $\alpha = 112^\circ, \beta \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ platí $\cos \alpha = \cos \beta$.

Určete ve stupních velikost úhlu β .

Řešení úlohy 11

11

$$\cos 112^\circ = \cos \beta$$

$\cos 112^\circ$ je záporná hodnota a kosinus je záporný ve druhém a třetím kvadrantu. Dostaneme tak dva výsledky pro zadaný interval, v němž se nachází β . Jedno řešení je zřejmé, a to 112° . Druhé řešení je stejně vzdálené od 180° jako 112° .

$$180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

$$180^\circ + 68^\circ = 248^\circ$$

$$\beta_1 = 112^\circ \quad \beta_2 = 248^\circ$$

Protože se jedná o dva různé úhly, potom $\beta = 248^\circ$.

Zadání úlohy 12

12 V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici:

$$\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$$

Řešení úlohy 12

12

$$\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$$

$$\frac{(5^2)^x}{5^1} = 5^1 \cdot 5^{x-2}$$

$$\frac{5^{2x}}{5^1} = 5^{1+x-2}$$

$$5^{2x-1} = 5^{-1+x}$$

$$2x - 1 = -1 + x$$

$$x = 0$$

Zadání úlohy 13

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Trojmístný kód obsahuje vždy písmeno A a dvě **různé** číslice z deseti možných (0–9).
Vyhovují např. kódy A36, 0A1, 69A.

(CZVV)

1 bod

13 Určete počet všech možných kódů vyhovujících zadání.

Řešení úlohy 13

13

Ze všech možných kódů musíme vybrat takové, které obsahují písmeno A.

Kód tak bude ve tvaru A _ _ , _ A _ , _ _ A.

Na první chybějící místo je možné dosadit jeden z 10 znaků, na další již pouze 9.

Celkový počet možností je tak $3 \cdot 10 \cdot 9$, tedy 270.

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Během prvních 5 dnů se vyrobilo denně v průměru o čtvrtinu výrobků méně, než se vyrobilo v každém z 10 následujících dnů. Celkem se tak za 15 dnů vyrobilo 2 200 výrobků.

(CZVV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic určete celkový počet výrobků vyrobených za prvních 5 dnů.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení úlohy 14

14

Označíme-li průměrný počet výrobků, vyrobených v každém z následujících 10 dnů x , pak průměrný počet výrobků, vyrobených v každém z prvních 5 dnů je $\frac{3}{4}x$.

$$5 \cdot \frac{3}{4}x + 10x = 2200 \quad / \cdot 4$$

$$15x + 40x = 8800$$

$$55x = 8800 \quad / : 55$$

$$x = 160$$

$$5 \cdot \frac{3}{4} \cdot 160 = 600$$

V prvních 5 dnech se vyrobí 600 výrobků.



Zadání úlohy 15

max. 2 body

15 Rotační válec, jehož výška je rovna průměru podstavy, má objem 1 litr.

Vypočtěte v cm výšku tohoto válce.

Výsledek zaokrouhlete na desetiny cm.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 15

15

$$v = 2r$$

$$V = 1l = 1dm^3 = 1000cm^3$$

$$V = \pi r^2 v$$

$$1000 = \pi r^2 \cdot 2r$$

$$1000 = 2\pi r^3 \quad /: 2\pi$$

$$r^3 = \frac{1000}{2\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1000}{2\pi}} = \frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$$

$$v = 2r = \frac{20}{\sqrt[3]{2\pi}} \doteq 10,8$$

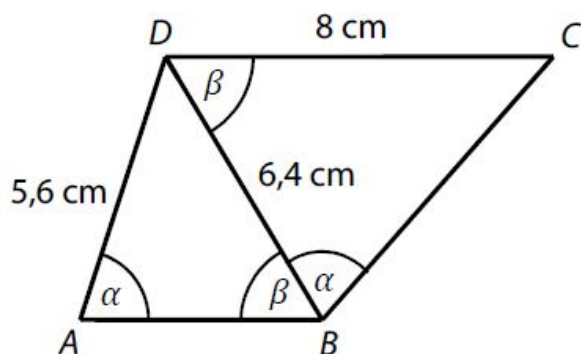
Výška válce je (po zaokrouhlení) 10,8 cm.

Zadání úlohy 16

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Lichoběžník $ABCD$ je rozdělen úhlopříčkou na dva podobné trojúhelníky ABD a BDC . V trojúhelnících jsou vyznačeny dvě dvojice shodných úhlů α , β .

Platí: $|AD| = 5,6 \text{ cm}$, $|BD| = 6,4 \text{ cm}$, $|CD| = 8 \text{ cm}$.



(CZV)

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 $|AB| : |BD| = |BD| : |CD|$

A	N
☐	☐

16.2 Obvod trojúhelníku BCD je 1,25krát větší než obvod trojúhelníku ABD .

☐	☐
--------------------------	--------------------------

16.3 $|AB| = 5,12 \text{ cm}$

☐	☐
--------------------------	--------------------------

16.4 $|BC| = 7 \text{ cm}$

☐	☐
--------------------------	--------------------------

Řešení úlohy 16

16.1

Levá strana v tvrzení označuje poměr stran, které jsou rameny úhlů α a β , přičemž se jedná o podíl strany trojúhelníku ABD se stranou trojúhelníku BDC. Podobně pravá strana v tvrzení označuje poměr stran, které jsou rameny úhlů β a neoznačeného úhlu, přičemž se jedná o podíl strany trojúhelníku ABD se stranou trojúhelníku BDC. Tvrzení je tedy pravdivé.

16.1 A

16.2

Spočítáme si chybějící strany pomocí podobnosti.

$$\frac{|AB|}{6,4} = \frac{6,4}{8} \quad / \cdot 6,4$$

$$|AB| = \frac{6,4 \cdot 6,4}{8} = 5,12$$

$$\frac{|BC|}{5,6} = \frac{8}{6,4} \quad / \cdot 5,6$$

$$|BC| = \frac{8 \cdot 5,6}{6,4} = 7$$

$$o_{ABD} = |AB| + |BD| + |AD| = 5,12 + 6,4 + 5,6 = 17,12$$

$$o_{BDC} = |BD| + |DC| + |BC| = 6,4 + 8 + 7 = 21,4$$

$$17,12 \cdot 1,25 = 21,4$$

16.2 A

16.3

Délku strany AB jsme již vypočítali.

$$|AB| = 5,12$$

16.3 A

16.4

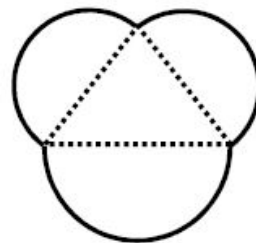
Délku strany BC jsme již vypočítali.

$$|BC| = 7$$

16.4 A

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

Obrazec je ohraničen třemi půlkružnicemi.
Společné krajní body půlkružnic tvoří vrcholy rovnoramenného trojúhelníku se základnou délky 12 cm.
Obsah tohoto trojúhelníku je 48 cm^2 .



(CZVV)

2 body

17 Jaký je obvod obrazce ohraničeného třemi půlkružnicemi?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

- A) menší než 35 cm
- B) 36 cm
- C) 39 cm
- D) 50 cm
- E) větší než 51 cm

Řešení úlohy 17

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$48 = \frac{12 \cdot v_a}{2}$$

$$48 = 6v_a \quad /:6$$

$$v_a = 8 \text{ cm}$$

Z Pythagorovy věty nyní přijdeme na délku ramen.

$$b^2 = 8^2 + 6^2$$

$$b^2 = 64 + 36$$

$$b^2 = 100$$

$$b = 10 \text{ cm}$$

Obvod kruhu je $2\pi r$, protože se jedná o půlkruhy pak vzorec pro jejich obvod je πr .
Jednotlivé poloměry jsou 5 cm, 5 cm, 6 cm.

$$\pi r_1 + \pi r_2 + \pi r_3 = 5\pi + 5\pi + 6\pi = 16\pi$$

$$o \doteq 50 \text{ cm}$$

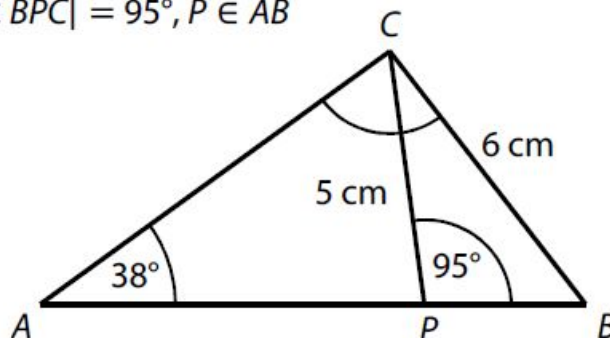
17 D

Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V trojúhelníku ABC platí:

$|BC| = 6 \text{ cm}$, $|CP| = 5 \text{ cm}$, $|\sphericalangle BAC| = 38^\circ$, $|\sphericalangle BPC| = 95^\circ$, $P \in AB$



(CZVV)

2 body

18 Jaká je velikost vnitřního úhlu ACB v daném trojúhelníku?

Výsledek je zaokrouhlen na celé stupně.

- A) 83°
- B) 86°
- C) 90°
- D) 102°
- E) větší než 103°

Řešení úlohy 18

V trojúhelníku APC dopočítáme úhel u vrcholu P do 180° . Následně dopočítáme opět do 180° úhel u vrcholu C (pouze v rámci trojúhelníku APC).

$$180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$180^\circ - 85^\circ - 38^\circ = 57^\circ$$

V trojúhelníku PBC spočítáme úhel u vrcholu B pomocí Sinové věty, následně dopočítáme úhel u vrcholu C (v rámci trojúhelníku PBC) do 180° .

$$\frac{\sin \beta}{5} = \frac{\sin 95^\circ}{6}$$

$$\sin \beta = \frac{5 \cdot \sin 95^\circ}{6}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{5 \cdot \sin 95^\circ}{6}\right)$$

$$\beta \doteq 56^\circ$$

$$180^\circ - 95^\circ - 56^\circ = 29^\circ$$

Součet částí úhlu u vrcholu C v rámci celého trojúhelníku ABC je:

$$57^\circ + 29^\circ = 86^\circ$$

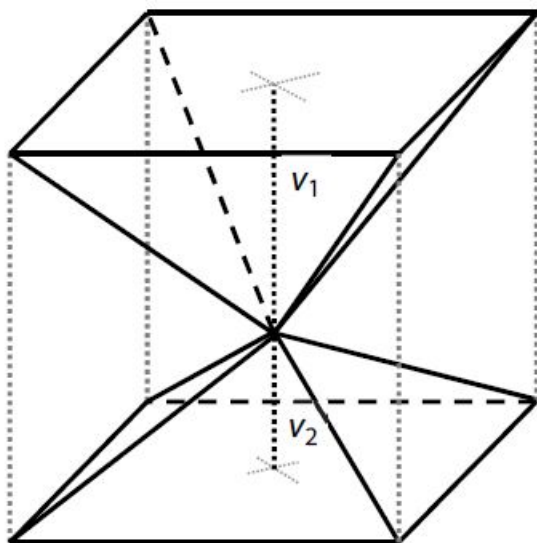
18 B

Zadání úlohy 19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V krychli jsou dva čtyřboké jehľany umístěny tak, že mají společný hlavní vrchol a podstavy obou jehľanů tvoří rovnoběžné stěny krychle.

Výšky obou jehľanů jsou v poměru $v_1 : v_2 = 3 : 2$.



(CZW)

2 body

19 Jakou část objemu krychle tvoří objem většího z obou jehľanů?

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) $\frac{1}{6}$

Řešení úlohy 19

Do vzorce pro objem jehlanu se čtvercovou podstavou dosadíme za výšku $\frac{3}{5}a$, kde a značí délku hrany krychle.

$$V_j = \frac{a^2 \cdot v}{3} = \frac{a^2 \cdot \frac{3}{5}a}{3} = \frac{\frac{3a^3}{5}}{3} = \frac{3a^3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a^3}{5}$$

$$\frac{V_j}{V} = \frac{\frac{a^3}{5}}{a^3} = \frac{a^3}{5} \cdot \frac{1}{a^3} = \frac{1}{5}$$

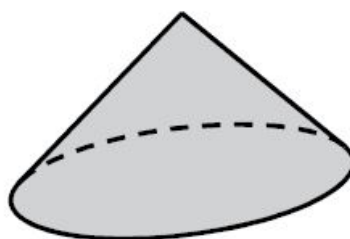
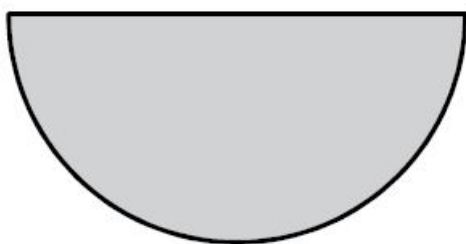
Větší z jehlanů zabírá jednu pětinu z celé krychle.

19 D

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Rozvinutý plášť rotačního kužele tvoří půlkruh o poloměru 10 cm.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je povrch kužele (včetně podstavy)?

- A) $75\pi \text{ cm}^2$
- B) $100\pi \text{ cm}^2$
- C) $125\pi \text{ cm}^2$
- D) $150\pi \text{ cm}^2$
- E) jiný povrch

Řešení úlohy 20

Obvod pláště bez průměru tvoří obvod podstavy. Jedná se tedy o polovinu z obvodu kruhu. Odtud můžeme vypočítat poloměr podstavy.

$$\pi r_1 = 2\pi r_2 \quad /: \pi$$

$$r_1 = 2r_2$$

$$10 = 2r_2 \quad /: 2$$

$$r_2 = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{\pi r_1^2}{2} + \pi r_2^2 = \frac{\pi \cdot 100}{2} + \pi \cdot 25 = 50\pi + 25\pi = 75\pi$$

Povrch jehlanu je $75\pi \text{ cm}^2$.

20 A

Zadání úlohy 21

2 body

- 21** V rovině jsou dány body $A[-21; 9]$, $B[15; -5]$ a $P[0; -2]$.
Bod S je střed úsečky AB .

Jaká je vzdálenost bodů P , S ?

- A) 3,5
- B) 4
- C) 4,5
- D) 5
- E) jiná vzdálenost

Řešení úlohy 21

21

$$S = \frac{A + B}{2} = \frac{[-21; 9] + [15; -5]}{2} = \frac{[-6; 4]}{2} = [-3; 2]$$

$$\overrightarrow{SP} = P - S = [0; -2] - [-3; 2] = (3; -4)$$

$$|\overrightarrow{SP}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Vzdálenost bodů P a S je 5.

Zadání úlohy 22

2 body

22 V geometrické posloupnosti platí:

$$a_2 = \sqrt[3]{3}$$

$$a_3 = -\sqrt[3]{9}$$

Jaká je hodnota součtu $a_1 + a_4$?

A) 2

B) 1

C) 0

D) -1

E) jiná hodnota

Řešení úlohy 22

22

$$q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{-\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}} = -\sqrt[3]{3}$$

$$a_1 = \frac{a_2}{q} = \frac{\sqrt[3]{3}}{-\sqrt[3]{3}} = -1$$

$$a_4 = a_3 \cdot q = -\sqrt[3]{9} \cdot -\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$a_1 + a_4 = -1 + 3 = 2$$

22 A

Zadání úlohy 23

23 Pro kterou z následujících nerovnic s neznámou $x \in \mathbb{R}$ je množinou všech řešení interval $(-\infty; 0)$?

A) $-2x < 0$

B) $\frac{x}{x-1} < 0$

C) $\frac{x}{-2} \geq 0$

D) $\frac{2x}{x} < 0$

E) $2x < x$

Řešení úlohy 23

23

A můžeme vyřadit, protože po dosazení záporného čísla za x , dostáváme kladné číslo. Ze stejného důvodu můžeme vyřadit možnosti B a D.

Nerovnici v možnosti C můžeme upravit:

$$\frac{x}{-2} \geq 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$x \leq 0$$

Z výsledku v možnosti C plyne že x může být i nula, tudíž i tuto možnost vyřadíme. Zbývá jediná možnost E, kterou pro jistotu vyzkoušíme:

$$2x < x$$

$$x < 0$$

$$23 \text{ E}$$

Zadání úlohy 24

24 Je dán výraz $\frac{12(a-2)^2}{12-6a}$ s reálnou proměnnou a .

Které tvrzení je pravdivé?

- A) Pro $a = 101^8$ je výraz kladný.
- B) Pro $a = 2$ je hodnota výrazu 0.
- C) Hodnota výrazu nemůže být nikdy nulová.
- D) Pro všechna $a \neq \frac{1}{6}$ je výraz roven $\frac{(a-2)^2}{1-6a}$.
- E) Pro některá a je výraz roven $2(a-2)$.

Řešení úlohy 24

24

$$\frac{12(a-2)^2}{12-6a} = \frac{12(a-2)^2}{-6(a-2)} = -2(a-2) = 4-2a$$

Po dosazení $a = 101^8$ je výraz záporný.

Výraz je pro hodnotu $a = 2$ nedefinovaný (dostaneme $\frac{0}{0}$).

Tvrzení v možnosti D je nepravdivé, protože tímto způsobem není možné krátit.

Úpravou jsme dostali $-2(a-2)$, nikoliv $2(a-2)$.

Výraz není možné vynulovat (kvůli podmínce $a \neq 2$), a tedy tvrzení C je pravdivé.

24 C

Zadání úlohy 25

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 25

V rodině Novotných mají 4 děti, a to 2 dívky a 2 chlapce. V rodině Dlouhých mají také 4 děti, ale jen 1 dívku a 3 chlapce.

Z uvedených osmi dětí se vylosuje dvojice dětí.

(CZVV)

max. 4 body

25 **Přiřadte ke každému z následujících jevů (25.1–25.4) pravděpodobnost (A–F), s kterou může daný jev nastat.**

25.1 Ve vylosované dvojici budou dvě dívky. _____

25.2 Ve vylosované dvojici budou dva chlapci. _____

25.3 Ve vylosované dvojici budou oba chlapci Novotných. _____

25.4 Ve vylosované dvojici bude 1 chlapec Novotných a 1 dívka Dlouhých. _____

A) $\frac{1}{28}$

B) $\frac{1}{14}$

C) $\frac{3}{28}$

D) $\frac{1}{7}$

E) $\frac{3}{14}$

F) $\frac{5}{14}$

Řešení úlohy 25



25

25.1

Vybíráme dvojici z 8, chceme vybrat 2 ze 3 (dívek).

$$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{28}$$

25.1 C

25.2

Vybíráme dvojici z 8, chceme vybrat 2 z 5 (chlapců).

$$\frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{5}{14}$$

25.2 F

25.3

Spočítáme pravděpodobnost, že náhodně vybrané jedno dítě bude chlapec od Novotných.

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

V dalším kroku vybíráme dítě už pouze ze 7 a opět chceme chlapce od Novotných. Součinem těchto pravděpodobností dostáváme výsledek:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$$

25.3 A

25.4

Pravděpodobnost, že náhodně vybrané dítě je chlapec od Novotných je $\frac{1}{4}$.

K vybranému chlapci od Novotných je potřeba vybrat dívku od Dlouhých.

Dívku od Dlouhých již vybíráme pouze ze 7 dětí. Součin nyní musíme vynásobit 2, protože jsou chlapci 2 (Ke každému je možné vybrat danou dívku od Dlouhých).

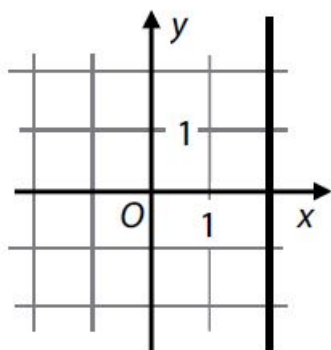
$$2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

25.4 B

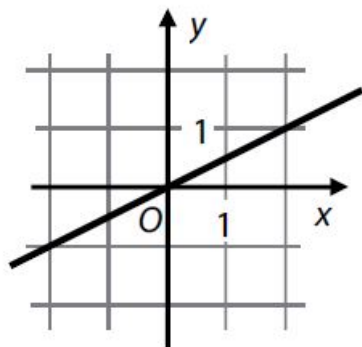
Zadání úlohy 26

26 Přiřadte ke každé přímce (26.1–26.3) její analytické vyjádření (A–E).

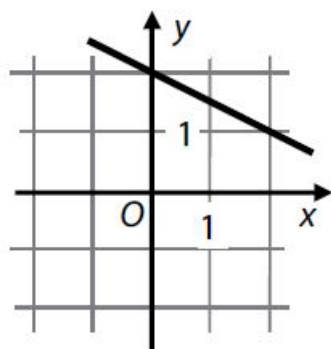
26.1



26.2



26.3



- A) $y = -x + 2$
- B) $x + 2y - 4 = 0$
- C) $x = 2 + 2t,$
 $y = 1 + t, t \in \mathbf{R}$
- D) $x = t,$
 $y = 2, t \in \mathbf{R}$
- E) $x = 2,$
 $y = t, t \in \mathbf{R}$

26

26.1

Pro libovolné y je vždy x rovno 2. Tudiž se jedná o přímku v možnosti E.

26.1 E

26.2

Přímka v zadání je rostoucí, a proto možnosti A a B nejsou možné, protože mají zápornou směrnici (u možnosti B po vyjádření y). Možnosti D a E můžeme také vyřadit, protože se jedná o přímky rovnoběžné s osami. Zbývá tak možnost C

26.2 C

26.3

Jedná se o klesající funkci, takže musíme vybrat mezi možnostmi A a B. Obě možnosti můžeme otestovat dosazením souřadnic bodu $[2,1]$. Zjistíme tak, že správnou odpovědí je možnost B.

26.3 B

Všechny testy z matematiky předchozích let on-line:

testy 2019 | **testy 2018** | **testy 2017** | **testy 2016** | **testy 2015** | **testy 2014** | **testy 2013** | **testy 2012** | **testy 2011** | **testy 2010**

Orientační výsledky. Oficiální výsledky budou zveřejněny po zasedání validační komise Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání.

Tweet

To se mi líbí 121

Příspěvek byl publikován 2.5.2019 [<https://www.statnimatorita-matika.cz/reseni-testu-2019-jaro>] | Rubrika: Řešení.

10 komentářů u „Výsledky a řešení jarního matematického testu 2019“



Lukáš

2.5.2019 | 21:26

