

Výsledky a řešení podzimního matematického testu 2016

DIDAKTICKÝ TEST MA ŘEŠENÍ 2016 PODZIM

Podívejte se na klíč správných odpovědí všech maturitních příkladů z **ostrého podzimního didaktického testu z matematiky 2016**. Zkontrolujte si, jak jste u maturitního testu 2016 zabodovali a zda jste došli ke správným matematickým výsledkům. Řešené postupy všech maturitních úloh z podzimu maturity 2016 poslouží i studentům připravujícím se na maturitní termíny v následujících letech maturitních ročníků. Šiřte vzorová vypracování a sdílejte je se svými přáteli a spolužáky k užítku všech. Dobrá znalost matematiky se Vám neztratí u maturity, ani v životě.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - podzim 2016

Zadání didaktického testu z matematiky 2016 jaro

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Počáteční cena akcie nejprve klesla o 20 % a pak tato nová cena vzrostla o 20 %.
Výsledná cena akcie je 1 296 Kč.

(CZVV)

1 bod

1 Vypočtete počáteční cenu akcie.

Řešení úlohy 1



Výsledné ceny 1296 Kč se dosáhlo 20%-ním navýšením ceny **x**.

120% 1296 Kč

100% x

$$\frac{100}{120} = \frac{x}{1296}$$

$$x = \frac{100}{120} \cdot 1296$$

$$x = 1080 \text{ Kč}$$

Ceny 1080 Kč se dosáhlo 20%-ním snížením počáteční ceny **y**.

80% 1080 Kč

100% y

$$\frac{100}{80} = \frac{y}{1080}$$

$$y = \frac{100}{80} \cdot 1080$$

$$y = 1350 \text{ Kč}$$

Počáteční cena akcie byla 1350 Kč.

Zadání úlohy 2

2 Zjednodušte:

$$\frac{(3^3 \cdot 2)^{100}}{3^{150} \cdot (3 \cdot 2^2)^{50}} =$$

Řešení úlohy 2

$$\left(\frac{(3^3 \cdot 2)^{100}}{3^{150} \cdot (3 \cdot 2^2)^{50}} \right) = \frac{3^{300} \cdot 2^{100}}{3^{150} \cdot 3^{50} \cdot 2^{100}} = \frac{3^{300}}{3^{200}} = 3^{100}$$

Zadání úlohy 3

max. 2 body

3 Je dán výraz:

$$\left(\frac{9}{3} \cdot \sqrt{\frac{9-x}{9}} \right)^2$$

3.1 Uveďte všechny hodnoty $x \in \mathbf{R}$, pro něž má výraz smysl (podmínky).

3.2 Výraz zjednodušte do tvaru dvojčlenu.

Řešení úlohy 3.1

Relevantní pro určení podmínek zadaného výrazu je, aby byl výraz pod druhou odmocninou kladný, nebo roven nule. Jelikož je jmenovatel kladný, musí být kladný i čítec (pak bude kladný celý zlomek), proto

$$9 - x \geq 0$$

$$-x \geq -9$$

$$x \leq 9$$

Řešení úlohy 3.2

$$\left(\frac{9}{3} \cdot \sqrt{\frac{9-x}{9}}\right)^2 = \left(3 \cdot \sqrt{\frac{9-x}{9}}\right)^2 = 9 \cdot \frac{9-x}{9} = 9-x$$

Zadání úlohy 4

max. 2 body

4 Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\}$ zjednodušte:

$$\left(a - 1 - \frac{1}{a-1}\right) \cdot \frac{a-1}{a \cdot a-4} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 4

$$\left(a - 1 - \frac{1}{a-1}\right) \cdot \frac{a-1}{a \cdot a-4} = \left(\frac{a^2 - a - a + 1 - 1}{a-1}\right) \cdot \frac{a-1}{a^2-4} = \frac{a^2-2a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(a-2)(a+2)} = \frac{a(a-2)}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(a-2)(a+2)} = \frac{a}{a+2}$$

Zadání úlohy 5



5 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\frac{1}{2x-4} + \frac{1-x}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

Řešení úlohy 5

$$\frac{1}{2x-4} + \frac{1-x}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1-x}{x(x-2)} = \frac{1}{2} \quad / \cdot 2x(x-2)$$

$$x + 2(1-x) = x(x-2)$$

$$x + 2 - 2x = x^2 - 2x$$

$$0 = x^2 - x - 2$$

$$0 = (x-2)(x+1)$$

$$x_1 = 2; x_2 = -1$$

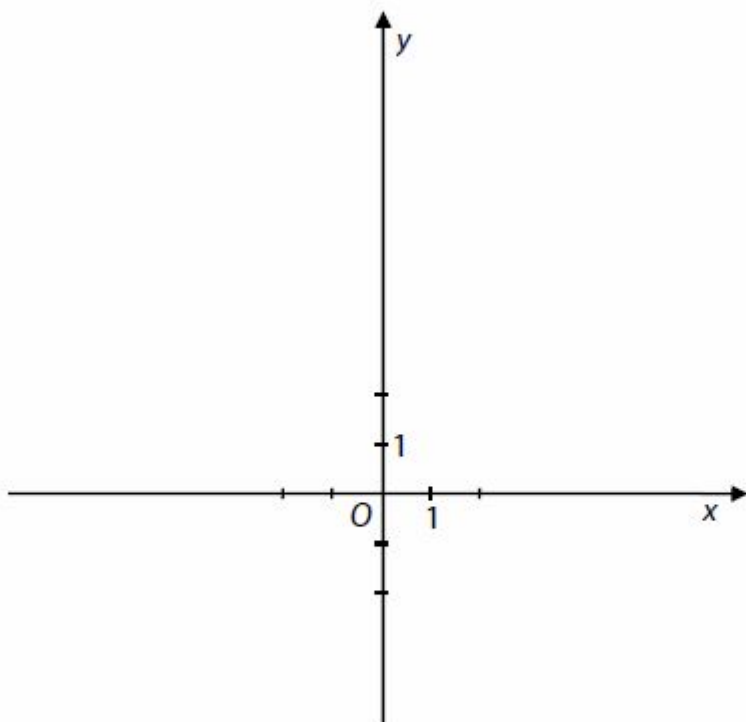
podmínky řešení $x \neq 2; x \neq 0$

podmínkám řešení vyhovuje kořen $x = -1$

Zadání úlohy 6

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Je dána funkce f s předpisem $y = x^2$ a definičním oborem $D_f = \langle -2; 3 \rangle$.



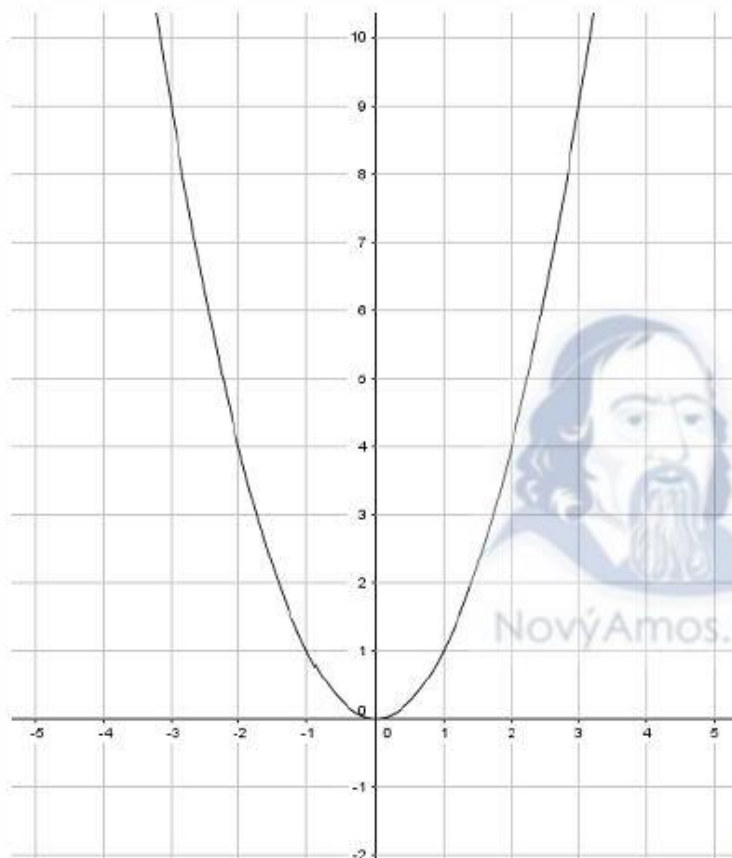
(CZVV)

1 bod

6 Zapište obor hodnot funkce f .

Řešení úlohy 6

Kvadratická funkce $y=x^2$ má průběh viz obrázek.



Definiční obor je $D(f)=\langle -3;2\rangle$

(červená úsečka na obrázku viz níže)

To jsou „mezní“ x . Pokud tyto

hodnoty dosadíme do předpisu funkce $y=x^2$, získáme y .

$$y_1=x^2 \quad y_2=x^2$$

$$y_1=(-3)^2 \quad y_2=(2)^2$$

$$y_1=9 \quad y_2=4$$

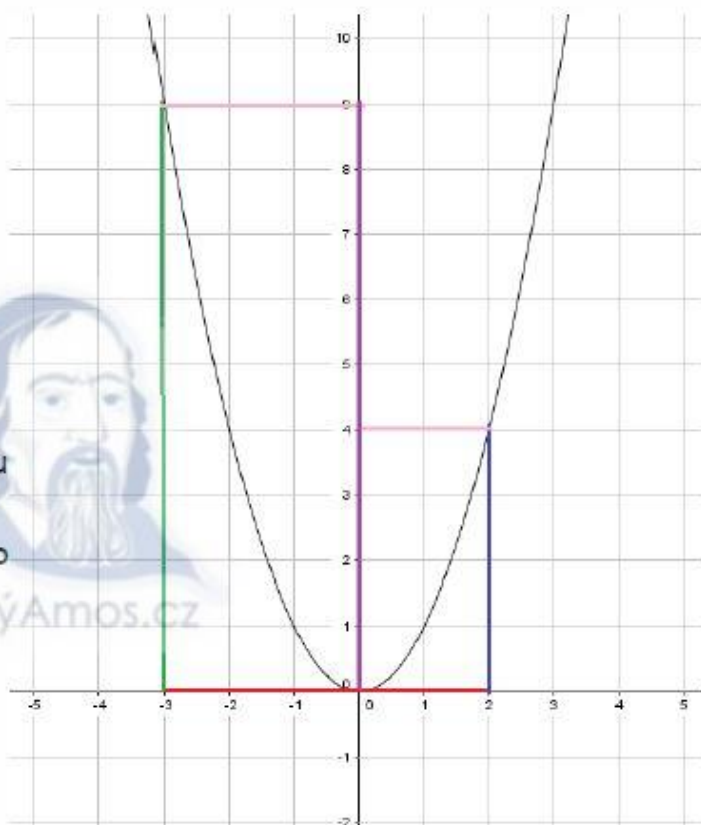
(zelená a modrá úsečka na obrázku viz níže)

Obor funkčních hodnot je na obrázku

znázorněn fialovou úsečkou. Jsou to

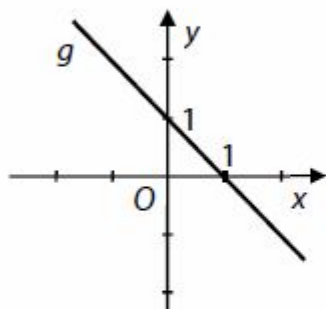
hodnoty, kterých může funkce nabývat.

$$H(f)=\langle 0;9\rangle$$



VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 7

Grafem funkce g je přímka.



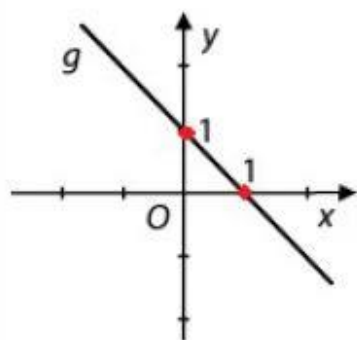
(CZVV)

1 bod

7 Zapište předpis funkce g .

Řešení úlohy 7

Určení předpisu lineární funkce viz obrázek je možné ze souřadnic dvou bodů, kterými funkce prochází. Například body A; B.



$$A[1;0]$$

$$B[0;1]$$

$$\text{předpis lineární funkce } y = ax + b$$

$$\text{dosadíme souřadnice bodů A a B } 0 = a + b$$

$$1 = 0 \cdot a + b$$

$$0 = a + b$$

$$1 = b$$

$$\text{řešíme jako soustavu rovnic } a + 1$$

$$a = -1$$

$$\text{předpis lineární funkce je } y = -x + 1$$

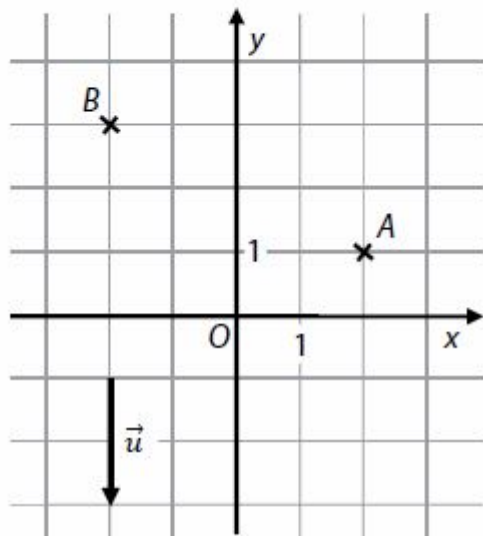
Zadání úlohy 8



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Přímka p je určena bodem A a směrovým vektorem $\vec{u}$.

Přímka q prochází bodem B a je kolmá k přímce p .



(Body A, B i počáteční a koncový bod orientované úsečky, která je umístěním vektoru $\vec{u}$, jsou mřížové body.)

(CZVV)

max. 2 body

8

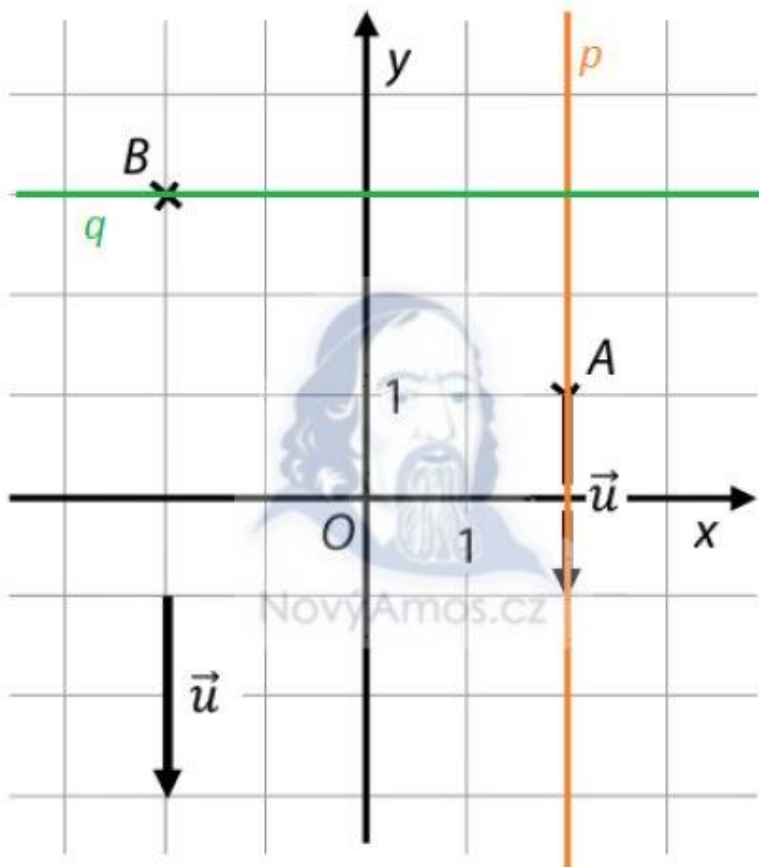
8.1 Sestrojte přímky p a q .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** a nezapomeňte obě přímky popsat.

8.2 Zapište obecnou rovnici přímky q .

Řešení úlohy 8

8. 1. Přímka **p** prochází bodem A a její směrový vektor je $\vec{u}$, přímka **q** je na přímku p kolmá. Výsledek viz obrázek.



8. 2. Obecná rovnice přímky **q** je z obrázku patrná, $y=3$, obecná rovnice tedy $y-3=0$

Zadání úlohy 9

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 9

Ze čtvrtletní práce získalo 22 žáků 3. B následující známky:

3, 4, 2, 5, 4, 3, 4, 2, 1, 4, 3, 4, 5, 2, 4, 3, 2, 4, 5, 1, 3, 4

známka	1	2	3	4	5	celkem
četnost						22

(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 Určete medián známek ze čtvrtletní práce ve 3. B.

9.2 Určete modus známek ze čtvrtletní práce ve 3. B.

Řešení úlohy 9



Ze zadaných hodnot doplníme tabulku

známka	1	2	3	4	5	celkem
četnost	2	4	5	8	3	22

9.1. Medián je prostřední hodnota, tedy jedenáctá, která je jak známkou 3, tak 4, proto je medián aritmetickým průměrem **MED = 3,5**

9.2. Modus je nejčetnější hodnota, což je známka 4, proto **MOD = 4**

Zadání úlohy 10

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Všechny vagóny nákladního vlaku jsou plně naloženy pískem, který přivezla malá a velká nákladní auta.

Malých aut bylo n (n je číslo sudé), velkých aut bylo o polovinu více než malých aut.

Písek z malého auta naplní osminu vagónu a písek z velkého auta čtvrtinu vagónu.

(CZVV)

max. 2 body

10 V závislosti na veličině n vyjádřete počet vagónů nákladního vlaku.

Výraz запиšte ve tvaru jednočlenu.

Řešení úlohy 10



Zadané informace jsou:

	počet aut	převezené množství
malá auta	n	$\frac{1}{8}n$
velká auta	<i>Velkých je o polovinu víc, než aut malých, tedy</i> $n + \frac{1}{2}n = \frac{3}{2}n$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2}n = \frac{3}{8}n$

Celkové množství označíme x a je součtem množství převezeného v malých a velkých autech.

$$x = \frac{1}{8}n + \frac{3}{8}n$$

$$x = \frac{4}{8}n$$

$$x = \frac{n}{2}$$

Zadání úlohy 11

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Trojčíferné číslo má splňovat následující podmínky: V dekadickém zápise je na místě stovek sudá číslice, na místě desítek lichá číslice a na místě jednotek libovolná číslice, která nebyla použita na předchozích místech. (Vyhovují např. čísla 492, 430, 813.)

(CZW)

1 bod

11 Určete počet všech čísel, která splňují dané podmínky.

Řešení úlohy 11



Určujeme počet trojciferných čísel, přičemž záleží na pořadí. Jde tedy o variace bez opakování.

První číslice má být sudá (mohou zde být zastoupeny cifry 2; 4; 6; 8; nula není možná, jelikož by se nejednalo o trojciferné číslo).

Druhá číslice má být lichá (mohou zde být zastoupeny cifry 1; 3; 5; 7; 9).

Třetí číslice může být libovolná vyjma již dvou použitých, zde může být i nula, vybíráme tedy z osmi cifer.

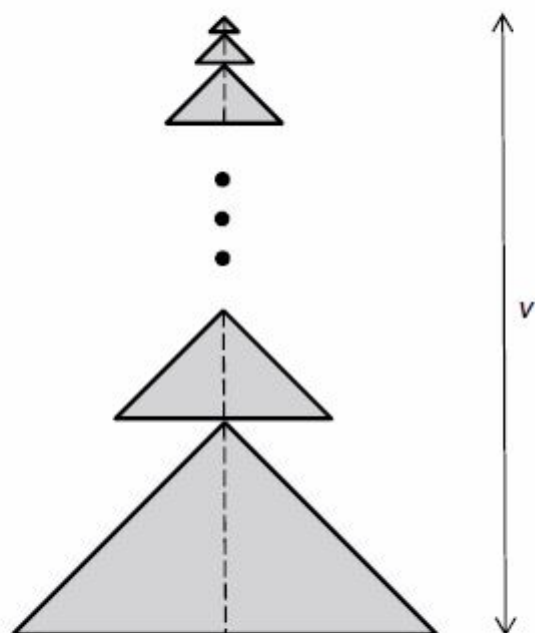
Celkový počet je tedy součinem počtu možných cifer. $4 \cdot 5 \cdot 8 = 160$

Zadání úlohy 12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 12–13

Fiktivní obrazec je sestaven z podobných rovnoramenných trojúhelníků. Sousední trojúhelníky mají vždy jeden společný bod a jejich výšky na základnu leží na téže přímce.

Nejmenší trojúhelník má délku základny 2 cm a velikost výšky na základnu 1 cm. Každý další trojúhelník má uvedené rozměry dvakrát větší než předchozí trojúhelník.



(CZVV)

1 bod

- 12** Obrazec obsahuje 6 trojúhelníků.
Vypočtete v cm^2 obsah největšího trojúhelníku.

Řešení úlohy 12

Obrazec je složen z šesti trojúhelníků. Výšky i základny každého následujícího jsou dvojnásobné, jedná se tedy o geometrickou posloupnost.

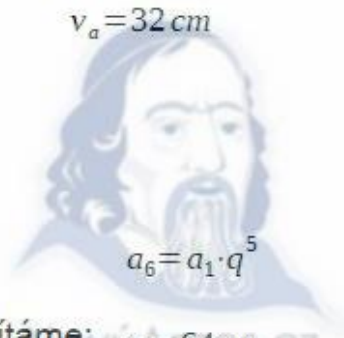
U výšky platí:
 $a_1 = 1$
 $q = 2$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5$$

Výšku šestého trojúhelníku vypočítáme: $a_6 = 32 \text{ cm}$

$$v_a = 32 \text{ cm}$$

U základny platí:
 $a_1 = 2$
 $q = 2$



Základnu šestého trojúhelníku vypočítáme: $a_6 = 64 \text{ cm}$

$$a = 64 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

Obsah největšího trojúhelníku tedy je: $S = \frac{32 \cdot 64}{2}$

$$S = 1024 \text{ cm}^2$$

Zadání úlohy 13

1 bod

- 13 Obrazec obsahuje 18 trojúhelníků.
 Vypočtete v cm výšku v celého obrazce.

Obrazec je složen z osmnácti trojúhelníků. Výšky každého následujícího jsou dvojnásobné, jedná se tedy o geometrickou posloupnost. Součet výšek:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$a_1 = 1$$

$$S_{18} = a_1 \cdot \frac{1 - q^{18}}{1 - q}$$

$$q = 2$$

$$S_{18} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{18}}{1 - 2}$$

$$S_{18} = 262143 \text{ cm}$$

Zadání úlohy 14

14 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$16 \cdot 2^{x+1} = 4 \cdot 8^x$$

max. 2 body

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 14

$$16 \cdot 2^{x+1} = 4 \cdot 8^x \quad / : 4$$

$$4 \cdot 2^{x+1} = 8^x$$

$$2^2 \cdot 2^{x+1} = 2^{3x}$$

$$2^{2+x+1} = 2^{3x}$$

$$2^{x+3} = 2^{3x}$$

$$x+3 = 3x$$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Zadání úlohy 15



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Sourozenci Adam, Bořek a Cyril spořili na společný dar.
Bořek uspořil 11 000 korun a Cyril **třetinu** aritmetického průměru úspor Adama a Bořka.
Všichni tři chlapci dohromady uspořili třikrát více než samotný Adam.
Neznámý počet korun, které uspořil Adam, označte symbolem a .

(CZVV)

max. 3 body

15

15.1 Užitím rovnice s neznámou a vypočtete, kolik korun uspořil Adam.

15.2 Vypočtete, kolik korun uspořil Cyril.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** obou částí úlohy a odpověď zapište celou větou.

Řešení úlohy 15



	Uspořená částka
ADAM	a
BOŘEK	11 000
CYRIL	jedna třetina aritmetického průměru Adama a Bořka $\frac{1}{3} \cdot \frac{a+11\,000}{2}$
CELKEM	trojnásobek uspořené částky Adamem $3a$

Součet částek naspořených jednotlivými bratry je roven celkovému počtu.

$$a + 11\,000 + \frac{1}{3} \cdot \frac{a + 11\,000}{2} = 3a$$

$$a + 11\,000 + \frac{a + 11\,000}{6} = 3a \quad /6$$

$$6a + 66\,000 + 11\,000 + a = 18a$$

$$77\,000 = 11a$$

$$a = 7\,000 \text{ Kč}$$

Adam naspořil 7 000 Kč.

15.2. Cyril naspořil jednu třetinu aritmetického průměru Adama a Bořka:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{7\,000 + 11\,000}{2} = 3\,000 \text{ Kč.}$$

Cyrl naspořil 3 000 Kč.

Zadání úlohy 16

16 Je dán bod $P[3; -5]$.

O každé z následujících přímek a, b, c, d (16.1–16.4) rozhodněte, zdali daným bodem P prochází (A), či nikoli (N).

	A	N
16.1 $a: x - 5 = 0$	☐	☐
16.2 $b: y = -\frac{5}{3}x$	☐	☐
16.3 $c: 3x + 5y + 16 = 0$	☐	☐
16.4 $d: x = 3$ $y = t; t \in \mathbf{R}$	☐	☐

Řešení úlohy 16

Máme určit, zda bodem $P[3; -5]$ prochází funkcemi 1 – 4

16.1. do $a: x - 5 = 0$ dosadíme souřadnice bodu $P[3; -5]$

$$3 - 5 = 0$$

$$-2 = 0 \Rightarrow \text{NE}$$

16.2. do $b: y = -\frac{5}{3}x$ dosadíme souřadnice bodu $P[3; -5]$

$$-5 = -\frac{5}{3} \cdot 3$$

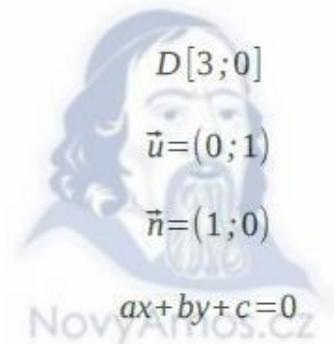
$$-5 = -5 \Rightarrow \text{ANO}$$

16.3. do $c: 3x + 5y + 16 = 0$ dosadíme souřadnice bodu $P[3; -5]$

$$3 \cdot 3 + 5 \cdot (-5) + 16 = 0$$

$$0 = 0 \Rightarrow \text{ANO}$$

16.4 do $d: x=3$ dosadíme souřadnice bodu $P[3;-5]$ a pokud se budou $y=t; t \in R$ parametry v obou rovnicích rovnat, bodem P funkce prochází, nebo je možné z parametrického vyjádření přímky určit obecnou rovnici přímky a pak postupovat jako v předchozích příkladech



$$\begin{aligned} D[3;0] \\ \vec{u} &= (0;1) \\ \vec{n} &= (1;0) \\ ax+by+c &= 0 \\ 1 \cdot x + 0 \cdot y + c &= 0 \\ 3+0+c &= 0 \\ c &= -3 \\ x-3 &= 0 \end{aligned}$$

dosadíme bod P

$$\begin{aligned} 3 &= 3 = 0 \\ 0 &= 0 \quad = \text{ANO} \end{aligned}$$

Zadání úlohy 17

2 body

17 V rovině jsou dány body $A[0; \sqrt{2}]$ a $B[2\sqrt{5}; -\sqrt{2}]$.

Jaký obvod má čtverec ABCD?

- A) $8\sqrt{5}$
- B) 22
- C) $8\sqrt{7}$
- D) 28
- E) Obvod nelze jednoznačně určit.

Řešení úlohy 17

Jsou dány krajové body čtverce, pokud máte určit jeho obvod, stačí znát délku jedné strany, tedy vzdálenost zadaných bodů A a B.

$$A[0; \sqrt{2}]; B[2\sqrt{5}; -\sqrt{2}]$$

$$o = 4a$$

$$\vec{AB} = B - A = (2\sqrt{5}; -2\sqrt{2})$$

$$o = 4 \cdot |\vec{AB}|$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (-2\sqrt{2})^2}$$

$$o = 4 \cdot 2\sqrt{7}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{22}$$

$$o = 8\sqrt{7} = C$$

Zadání úlohy 18

2 body

18 Na číselné ose je obraz čísla 1.

Které z následujících čísel má svůj obraz na číselné ose nejdále od obrazu čísla 1?

A) $-\sqrt{3}$

B) $-\frac{\pi}{2}$

C) $\frac{\pi}{2}$

D) $\pi - 1$

E) $1 - \pi$

Řešení úlohy 18

A) Vzdálenost obrazu čísla 1 a $-\frac{\pi}{2}$ je: $-\frac{\pi}{2}-1=-2,57$

B) Vzdálenost obrazu čísla 1 a $\frac{\pi}{2}$ je: $\frac{\pi}{2}-1=0,57$

C) Vzdálenost obrazu čísla 1 a $\frac{\pi}{2}$ je: $\frac{\pi}{2}-1=0,57$

D) Vzdálenost obrazu čísla 1 a $\pi-1$ je: $\pi-1-1=1,14$

E) Vzdálenost obrazu čísla 1 a $1-\pi$ je: $1-\pi-1=-3,14$

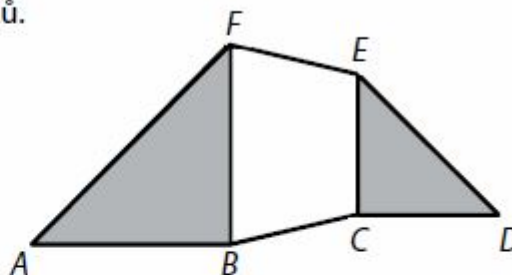
Nejvzdálenější je $1-\pi$, tedy **E**

Zadání úlohy 19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Šestiúhelník $ABCDEF$ je složen z bílého lichoběžníku a dvou tmavých rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků.

Výška lichoběžníku je 4 cm,
jedna jeho základna měří 6 cm
a obsah lichoběžníku je 32 cm^2 .



(CZVV)

2 body

19 Jaký je obsah šestiúhelníku $ABCDEF$?

- A) $74,5 \text{ cm}^2$
- B) 82 cm^2
- C) $90,5 \text{ cm}^2$
- D) 96 cm^2
- E) 100 cm^2

Řešení úlohy 19

Šestiúhelník jehož obsah máme určit je složen z lichoběžníku a dvou pravoúhlých trojúhelníků. Z obsahu lichoběžníku určíme velikost druhé základny, tedy strany druhého trojúhelníku.

$$S_L = 32 \text{ cm}^2$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$v = 4 \text{ cm}$$

$$b = ?$$

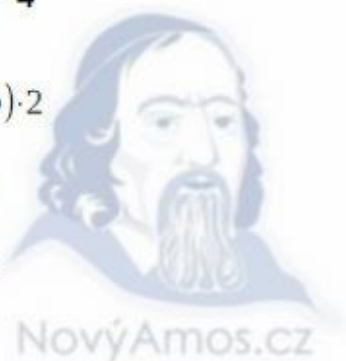
$$S_L = \frac{a+b}{2} \cdot v$$

$$32 = \frac{6+b}{2} \cdot 4$$

$$32 = (6+b) \cdot 2$$

$$16 = 6+b$$

$$b = 10 \text{ cm}$$



$$S_{T1} = \frac{a \cdot a}{2}$$

$$S_{T1} = \frac{a \cdot a}{2}$$

$$S_{T1} = 18 \text{ cm}^2$$

$$S_{T2} = \frac{b \cdot b}{2}$$

$$S_{T2} = \frac{10 \cdot 10}{2}$$

$$S_{T2} = 50 \text{ cm}^2$$

$$S_C = S_{T1} + S_L + S_{T2}$$

$$S_C = 18 + 32 + 50$$

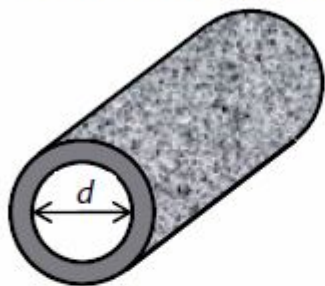
$$S_C = 100 \text{ cm}^2 \Rightarrow E$$

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Podél travnatého hřiště je natažena zahradní hadice. V libovolné části hadice řez vedený kolmo k ose hadice vytvoří mezikruží s vnitřním průměrem $d = 26,3$ mm.

(Deformaci hadice neuvažujeme.)



(CZVV)

2 body

20 Jaké největší množství vody může obsahovat natažená hadice délky 50 m?

Výsledek v litrech je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) 11 litrů
- B) 27 litrů
- C) 86 litrů
- D) 272 litrů
- E) jiné množství vody

Řešení úlohy 20

Množství vody v hadici je objemem rotačního válce, kterým hadice je. Je potřeba převést vše na stejné jednotky. Jelikož jsou výsledky v litrech, je vhodné dosazovat dm .

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$V = \pi \cdot 0,1315^2 \cdot 500$$

$$V = 27,162 \, dm^3$$

$$V = 27,162 \, l \Rightarrow B$$

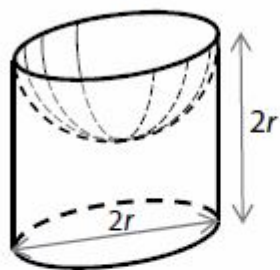
Zadání úlohy 21



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V rovnostranném válci je vytvořena dutina tvaru polokoule.

Poloměr podstavy válce i poloměr polokoule je $r = 10$ cm, výška válce je $2r$.



(CZV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (tj. válce s dutinou)?

- A) větší než $900 \pi \text{ cm}^2$
- B) $900 \pi \text{ cm}^2$
- C) $800 \pi \text{ cm}^2$
- D) $700 \pi \text{ cm}^2$
- E) menší než $700 \pi \text{ cm}^2$

Řešení úlohy 21

Složené těleso se skládá z válce bez horní roviny a poloviny koule.

Proto je povrch součtem $S_v = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$ a $S_k = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2}$

Poloměr je 10 cm, výška 20 cm.

$$S_c = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v + \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2}$$

$$S_c = \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 20 + \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^2}{2}$$

$$S_c = 700 \pi \quad \Rightarrow D$$

Zadání úlohy 22



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Ve skupině jede 50 cyklistů. Celkem 10 z nich se provinilo konzumací alkoholických nápojů před jízdou.

Policejní hlídka vybere ze skupiny náhodně 5 cyklistů.

(CZVV)

2 body

- 22 Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými cyklisty nebude žádný z 10 provinilců?

Hodnota pravděpodobnosti je zaokrouhlena na setiny.

- A) 0,31
- B) 0,40
- C) 0,49
- D) 0,58
- E) jiná pravděpodobnost

Řešení úlohy 22

Z celkem 50 cyklistů **10 požilo** alkohol, **40** alkohol **nepožilo**.

Určíme pravděpodobnost, že **5** kontrolovaných závodníků alkohol **nepožilo**.

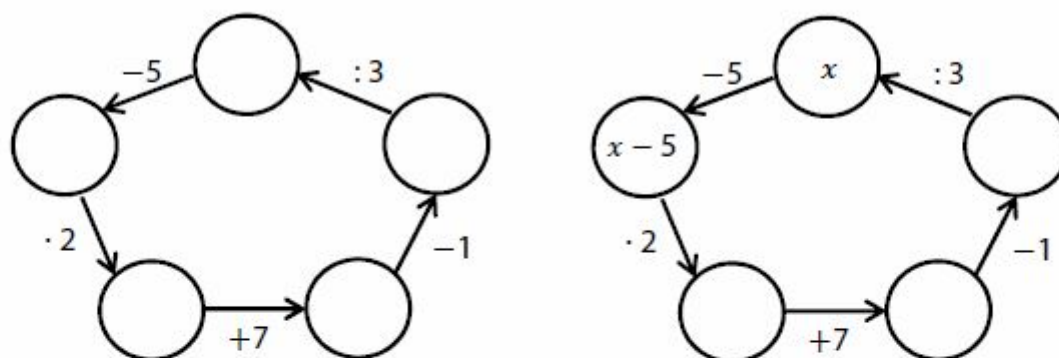
Proto
$$P = \frac{\binom{40}{5}}{\binom{50}{5}}$$

$$P = 0,31 \Rightarrow A$$

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Po doplnění čísel do prázdných polí musí být zápis s uvedenými operacemi pravdivý.



Doplní-li se do jednoho prázdného pole neznámá x , pak lze rovnicí dopočítat číslo, které neznámá x představuje.

(CZVV)

2 body

23 Která z následujících rovnic odpovídá naznačenému řešení na obrázku vpravo?

- A) $(x - 5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$
- B) $(x - 5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x + 1)$
- C) $x - 5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x + 1)$
- D) $x - 5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$
- E) žádná z uvedených

Řešení úlohy 23

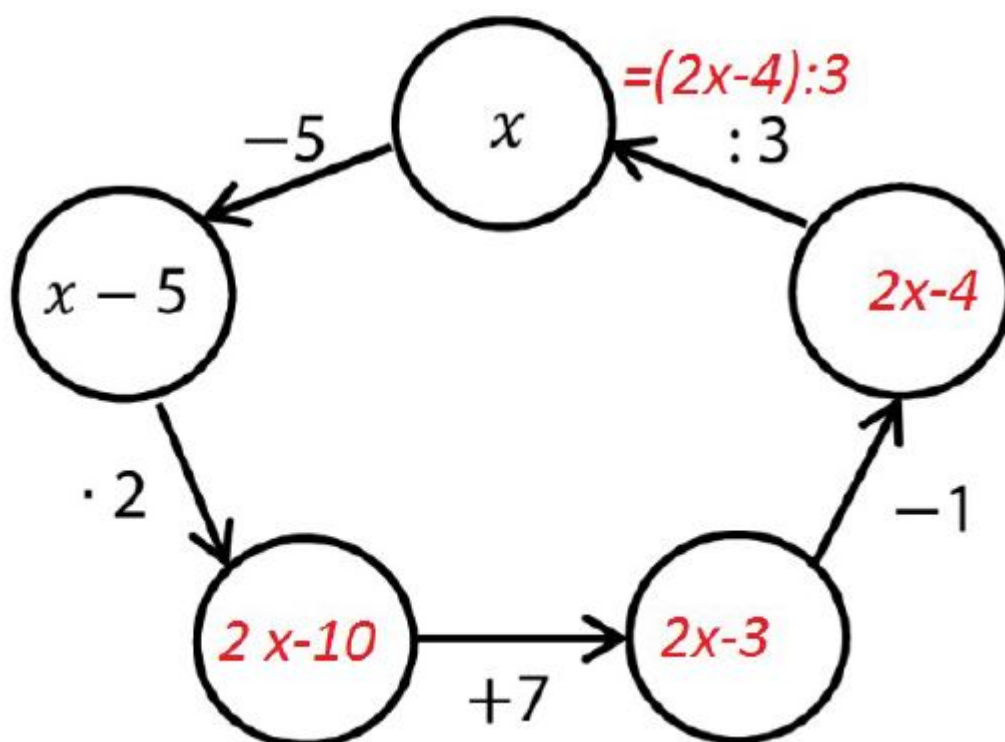
Doplněním operací dle obrázku se dostaneme k rovnici

$$x = (2x - 4) : 3$$

$$x = (2x - 4) : 3$$

po úpravě $3x = 2x - 4$ jsme určili počáteční hodnotu x .

$$x = -4$$



Nyní je možné určit správnou odpověď tak, že dosadíme hodnotu x do všech nabízených možností.

$$(x-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$$

$$(x-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x+1)$$

A) $(-4-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (-4) + 1$

B) $(-4-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (-4+1)$

$$-11 = -11$$

$$-11 = -9$$

$$x-5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x+1)$$

$$x-5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$$

C) $-4-5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (-4+1)$

D) $-4-5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (-4)+1$

$\Rightarrow A$

$$-7 = -9$$

$$-7 = -11$$



24 Je dáno pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti:

$4, x, y, z, -8$

Která hodnota vyjadřuje součet $x + y + z$?

- A) -2
- B) -3
- C) -4
- D) -6
- E) žádná z uvedených

Řešení úlohy 24

Je zadána aritmetická posloupnost, ve které jsou známy konkrétní hodnoty dvou členů.

$$a_1 = 4$$

$$a_5 = -8$$

Je třeba určit součet členů vložených.

Pokud určíme celkový součet této aritmetické posloupnosti a následně odečteme první a pátý člen, budeme mít odpověď.

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5)$$

$$s_5 = \frac{5}{2}(4 - 8)$$

$$s_5 = -10$$

$$a_2 + a_3 + a_4 =$$

$$= s_5 - a_1 - a_5 =$$

$$= -10 - 4 + 8 =$$

$$= -6$$

$$\Rightarrow D$$

A nebo určíme druhý, třetí a čtvrtý člen, které sečteme.

Zadání úlohy 25

25 Přiřadte ke každé rovnici (25.1–25.4) její řešení (A–F) v oboru $\mathbb{R}$.

25.1 $\operatorname{tg} x = 0$ _____

25.2 $\cos x = 1$ _____

25.3 $\sin 2x = 0$ _____

25.4 $\operatorname{cotg} \frac{x}{2} = 1$ _____

A) $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

B) $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$

C) $x = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

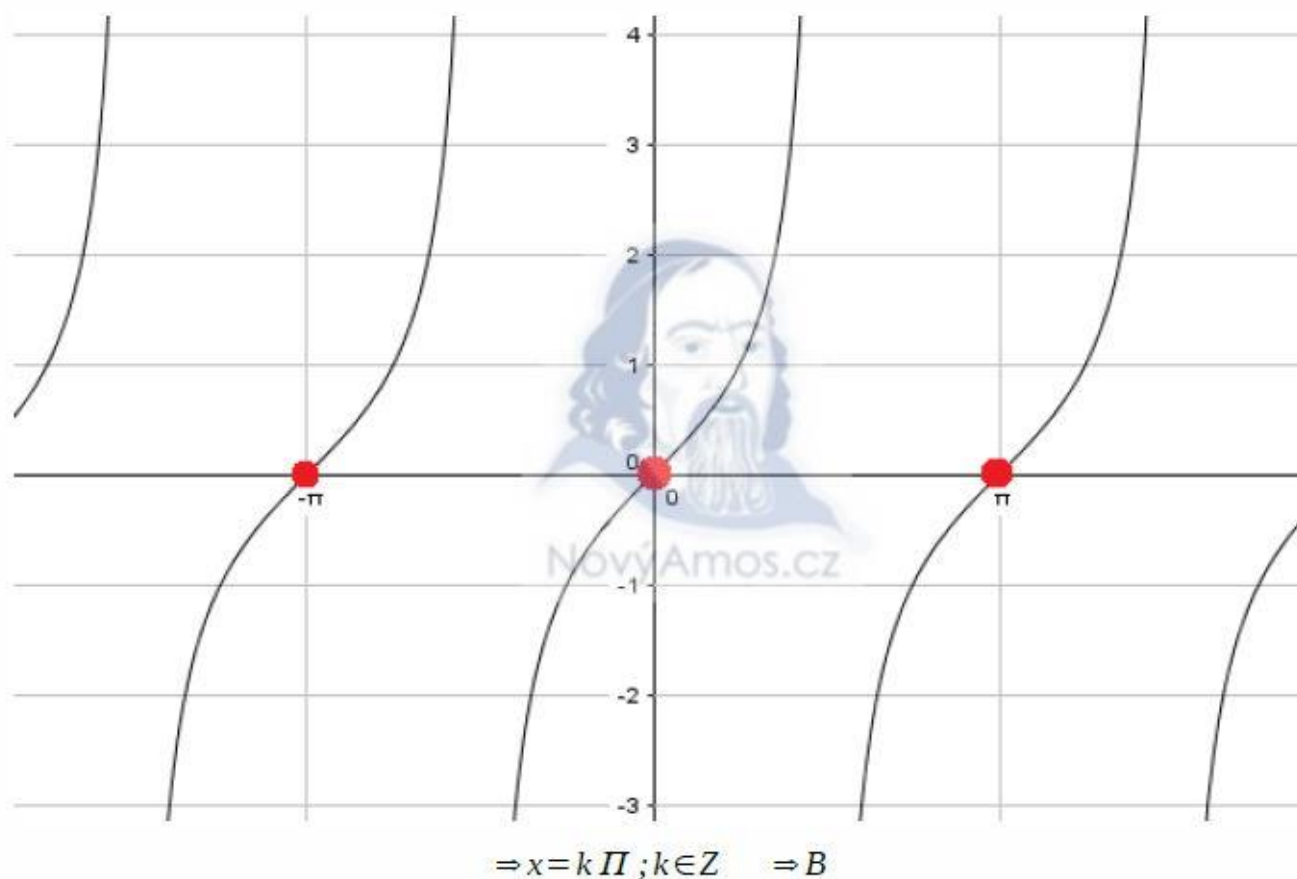
E) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

F) $x = \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Řešení úlohy 25

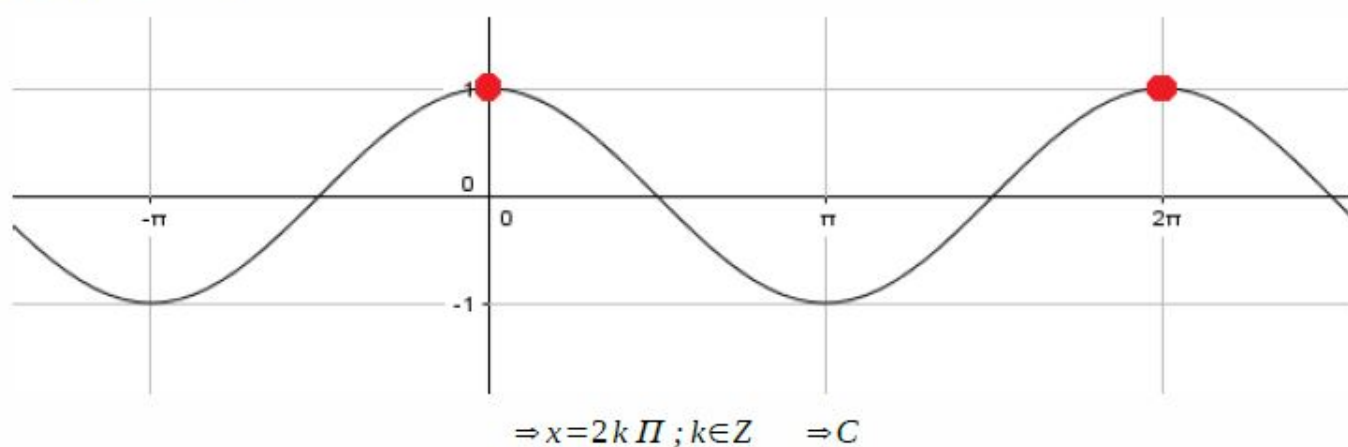
25.1. Z grafu funkce $y = \operatorname{tg} x$ jsou zřejmé proměnné, ve kterých úhlech funkce nabývá

hodnot $\operatorname{tg} x = 0$



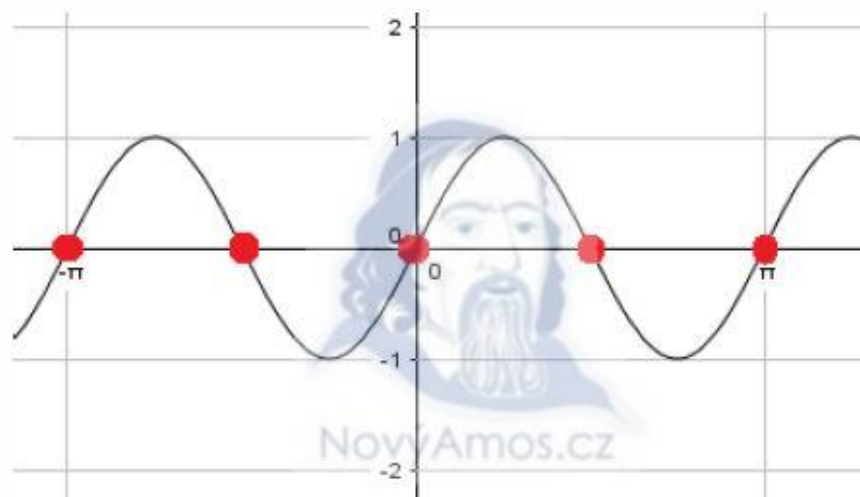
25.2. Z grafu funkce $y = \cos x$ jsou zřejmé proměnné, ve kterých úhlech funkce nabývá

hodnot $\cos x = 1$



25.3. Z grafu funkce $y = \sin 2x$ jsou zřejmé proměnné, ve kterých úhlech funkce nabývá

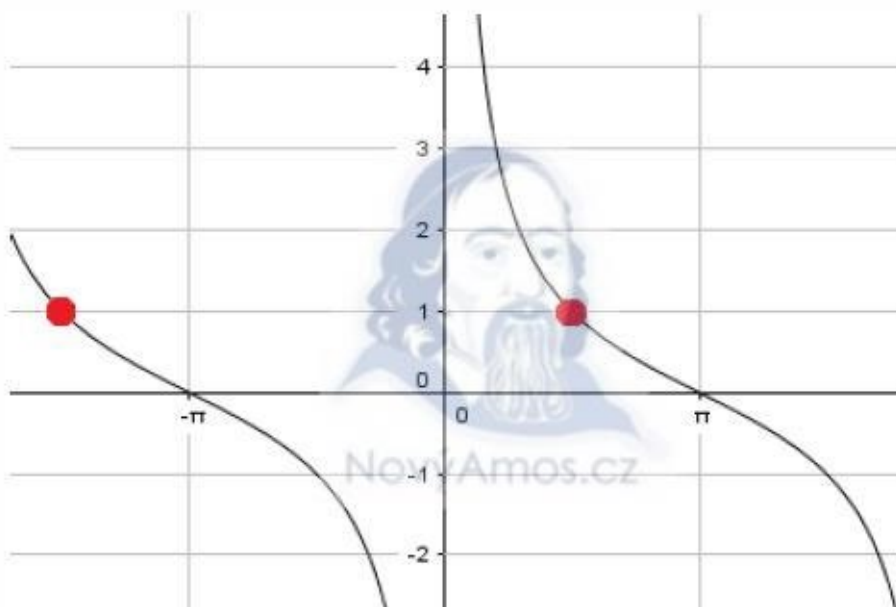
hodnot $\sin 2x = 0$



$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow A$$

25.4. Z grafu funkce $y = \cot \frac{x}{2}$ jsou zřejmé proměnné, ve kterých úhlech funkce nabývá

hodnot $\cot \frac{x}{2} = 1$



$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi \Rightarrow E$$

Zadání úlohy 26

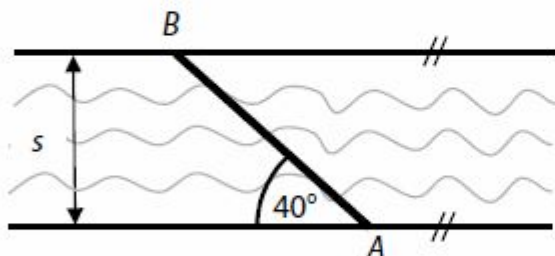


- 26** V každé zobrazené situaci (26.1–26.3) je šířka řeky označena symbolem s a vzdálenost AB je 50 m.

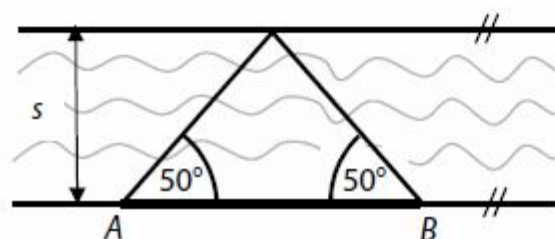
Přiřadte ke každé situaci (26.1–26.3) odpovídající šířku s řeky (A–E).

Výsledky jsou zaokrouhleny na celé metry.

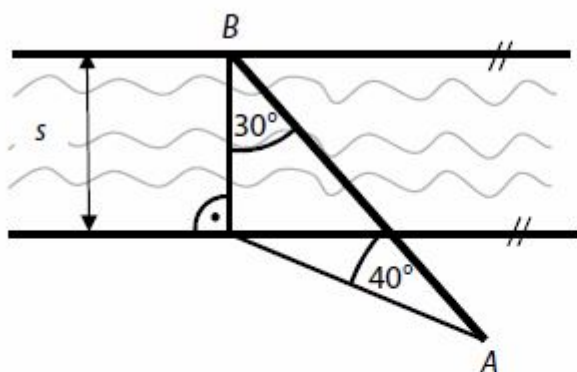
26.1



26.2



26.3



- A) méně než 28 m
- B) 30 m
- C) 32 m
- D) 34 m
- E) více než 36 m

Řešení úlohy 26

Všechny testy z matematiky předchozích let on-line:

[testy 2015](#) | [testy 2014](#) | [testy 2013](#) | [testy 2012](#) | [testy 2011](#) | [testy 2010](#)

$$\sin \alpha = \frac{s}{|AB|}$$

Šířku řeky vypočítáme: $s = |AB| \cdot \sin \alpha$

$$s = 50 \cdot \sin 40^\circ$$

$$s = 32,14 \text{ m} \Rightarrow C$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{\left| \frac{AB}{2} \right|}$$

Šířku řeky vypočítáme: $s = \left| \frac{AB}{2} \right| \cdot \operatorname{tg} \alpha$

$$s = 25 \cdot \operatorname{tg} 50^\circ$$

$$s = 29,79 \text{ m} \Rightarrow B$$

$$\frac{s}{\sin 40^\circ} = \frac{|AB|}{\sin 110^\circ}$$

Šířku řeky vypočítáme: $s = \frac{|AB|}{\sin 110^\circ} \cdot \sin 40^\circ$

$$s = \frac{50}{\sin 110^\circ} \cdot \sin 40^\circ$$

$$s = 34,20 \text{ m} \Rightarrow D$$

Tweet

To se mi líbí 4

