

Výsledky a řešení podzimního matematického testu 2015



Podívejte se na postupy a detailní řešení správných odpovědí všech maturitních příkladů z **ostrého podzimního didaktického testu z matematiky 2015**. Zkontrolujte si, jak jste u maturitního testu 2015 zabodovali a zda jste došli ke správným matematickým výsledkům. Řešené postupy všech maturitních úloh z podzimu maturity 2015 poslouží i studentům připravujícím se na maturitní termíny v následujících letech maturitních ročníků. Šiřte vzorová vypracování a sdílejte je se svými přáteli a spolužáky k užítku všech. Dobrá znalost matematiky se Vám neztratí u maturity, ani v životě.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - podzim 2015

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na koncert přišlo 800 osob, tedy o čtvrtinu osob více, než organizátoři očekávali.

(CZVV)

1 bod

- 1** **Vypočtěte, kolik osob organizátoři očekávali.**

Řešení úlohy 1



Na koncert přišlo o $\frac{1}{4}$ osob více, než se předpokládalo. Bylo tedy přítomno $\frac{5}{4}, \left(1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}\right)$ předpokládaného počtu. Abychom vypočítali kolik osob mělo přijít, stačí trojčlenka.

$$\begin{array}{r} \frac{5}{4} \dots\dots\dots 800 \text{ osob, které přišly} \\ \frac{4}{4} = 1 \dots\dots\dots x \text{ osob, které přijít měly} \\ \hline \frac{x}{800} = \frac{1}{\frac{5}{4}} \\ \frac{x}{800} = \frac{4}{5} \\ x = \frac{4}{5} \cdot 800 \\ x = 640 \text{ osob} \end{array}$$

Nebo je možné řešit procenty. Přišlo o čtvrtinu lidí víc (to je o 25 % navíc), celkem tedy bylo přítomno 125 % předpokládaného počtu.

$$\begin{array}{r} 800 \text{ osob} \dots\dots\dots 125 \% \\ x \text{ osob} \dots\dots\dots 100 \% \\ \hline \frac{x}{800} = \frac{100}{125} \\ x = \frac{100}{125} \cdot 800 \\ x = 640 \text{ osob} \end{array}$$

Zadání úlohy 2

1 bod

2 Pro $y \in \mathbb{R}$ zjednodušte:

$$\frac{(2 \cdot y^2)^{100} \cdot y^{100}}{(2^4)^{50}} =$$

Řešení úlohy 2



$$\frac{(2 \cdot y^2)^{100} \cdot y^{100}}{(2^4)^{50}} = \frac{2^{100} \cdot y^{200} \cdot y^{100}}{2^{200}} = \frac{y^{300}}{2^{100}}$$

Zadání úlohy 3

1 bod

3 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ proveďte umocnění a upravte:

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{6}\right)^2 =$$

Řešení úlohy 3

$$(a-b)^2 = a^2 - 2a \cdot b + b^2$$

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{6}\right)^2 = \frac{9}{x^2} - 2 \cdot \frac{3}{x} \cdot \frac{x}{6} + \frac{x^2}{36} = \frac{9}{x^2} - \frac{6x}{6x} + \frac{x^2}{36} = \frac{9}{x^2} - 1 + \frac{x^2}{36}$$

ještě je možné sečíst $\frac{324 - 36x^2 + x^4}{36x^2}$

Zadání úlohy 4

max. 3 body

4 Pro $a \in \mathbb{R}$ výraz zjednodušte a uveďte podmínky, pro něž má výraz smysl.

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{a}{9}\right) =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 4

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{a} - \frac{a}{9}\right) = \left(\frac{3+a}{3a}\right) \div \left(\frac{9-a^2}{9a}\right) = \frac{3+a}{3a} \cdot \frac{9a}{9-a^2} = \frac{3+a}{3a} \cdot \frac{9a}{(3-a)(3+a)} = \frac{9a(3+a)}{3a(3-a)(3+a)} =$$

$$= \frac{3}{3-a}$$



podmínky: $a \neq 0$; $a \neq \pm 3$

Zadání úlohy 5

max. 2 body

5 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\frac{1}{3x} - \frac{2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

Řešení úlohy 5

$$\frac{1}{3x} - \frac{2}{x+2} = \frac{x}{x+2} \quad / \cdot 3x(x+2)$$

$$x+2-2 \cdot 3x = x \cdot 3x$$

$$x+2-6x = 3x^2$$

$$3x^2+5x-2=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=25-4 \cdot 3 \cdot (-2)=25+24=49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm 7}{6}$$

$$x_1 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

podmínky: $x \neq 0$

$x \neq -2$

vzhledem k podmínkám řešení je kořenem pouze:

$$x = \frac{1}{3}$$

$$K = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$



Zadání úlohy 6

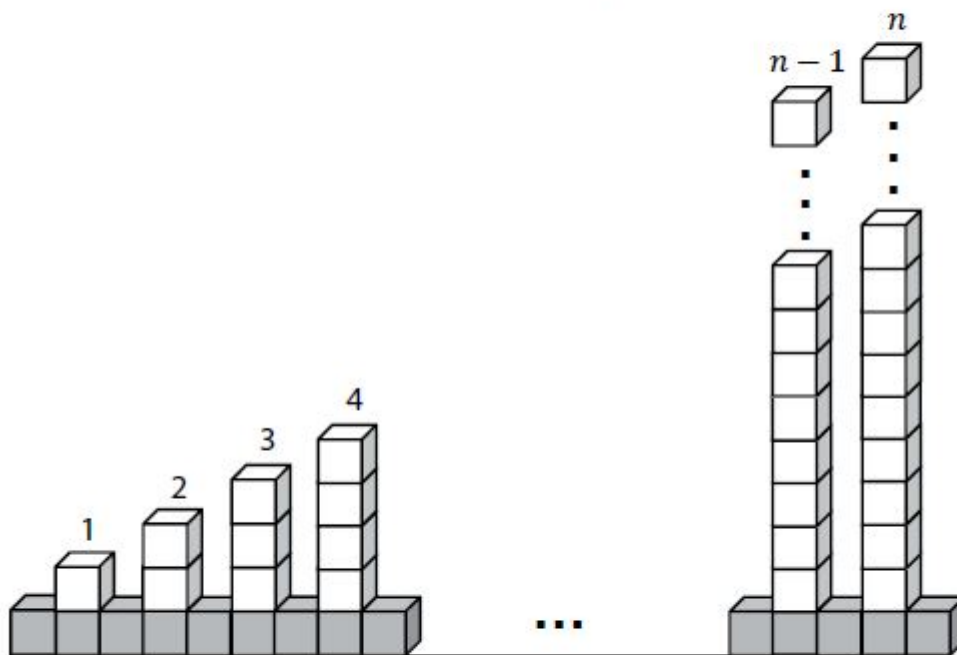
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6–7

Kocourkovští postavili plot ze stejně velkých tmavých a světlých krychlí.

Ve spodní řadě plotu umístili tmavé krychle těsně vedle sebe.

Na každé druhé tmavé krychli pak postavili sloupek ze světlých krychlí. Nejnižší je první sloupek s jednou světlou krychlí. Každý následující sloupek je vždy o jednu krychli vyšší. Nejvyšší sloupek tvoří n světlých krychlí.

Plot je zakončen tmavou krychlí za nejvyšším sloupkem.



(CZW)

1 bod

- 6 Vyjádřete počet tmavých krychlí v závislosti na veličině n , kde $n \in \mathbb{N}$.

Řešení úlohy 6

Počet šedých krychliček v závislosti na počtu sloupků (n) je možné vyjádřit následující úvahou. Každý sloupek z bílých krychliček má ještě jednu šedou "před sebou" ($2n$) a úplně na konci je ještě jedna šedá krychlička koncová (1). Proto počet šedých krychliček na počtu sloupků (n) vyjádříme:

$$2n + 1$$

Zadání úlohy 7



- 7 Určete počet všech krychlí (tmavých i světlých) použitých na stavbu plotu pro $n = 99$.

Řešení úlohy 7

Máme určit počet všech krychlí jak bílých, tak šedých.

Nejprve bílé. Jedná se o aritmetickou posloupnost s diferencí 1. Proto:

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_{99} = \frac{99}{2}(a_1 + a_n)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{99} = 1 + 98 \cdot 1$$

$$a_{99} = 99$$

$$s_{99} = \frac{99}{2}(1 + 99)$$

$$s_{99} = 4950$$

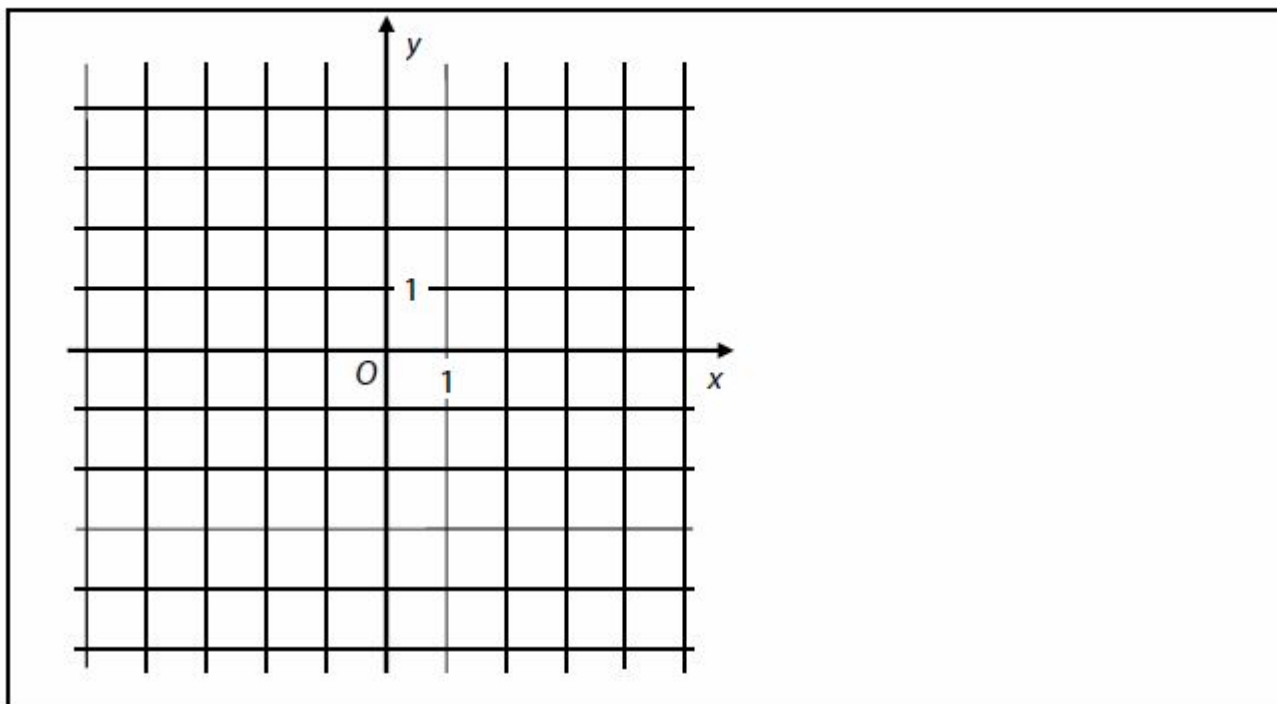


Nyní šedé krychle. Celkem je postaveno 99 sloupků, což je 99 šedých krychliček a ještě je vždy jedna krychle u každého sloupku navíc, tedy dalších 99 a jedna poslední úplně na konci. Šedých krychliček je tedy celkem $99 + 99 + 1 = 199$

Celkový počet krychliček bílých i šedých je $4950 + 199 = \mathbf{5149}$

Zadání úlohy 8

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8



(CZV)

max. 2 body

8 Funkce f s definičním oborem $\mathbf{R}$ má předpis $y = 4 - 2x$.

8.1 Sestrojte graf funkce f .

V záznamovém archu obtáhněte graf propisovací tužkou.

8.2 Graf lineární funkce g s definičním oborem $\mathbf{R}$ prochází počátkem O kartézské soustavy souřadnic Oxy a s grafem funkce f nemá žádný společný bod.

Zapište předpis funkce g .

Řešení úlohy 8

Máme sestavit graf lineární funkce (grafem bude přímka) zadané předpisem $f: y=4-2x$. Stačí tedy znát souřadnice dvou bodů, kterými bude funkce procházet. Jednu souřadnici bodu si zvolíme, druhou z předpisu dopočítáme. Například:

$$f: y=4-2x$$

$$A[1; y_A] \quad y_A=4-2 \cdot 1$$

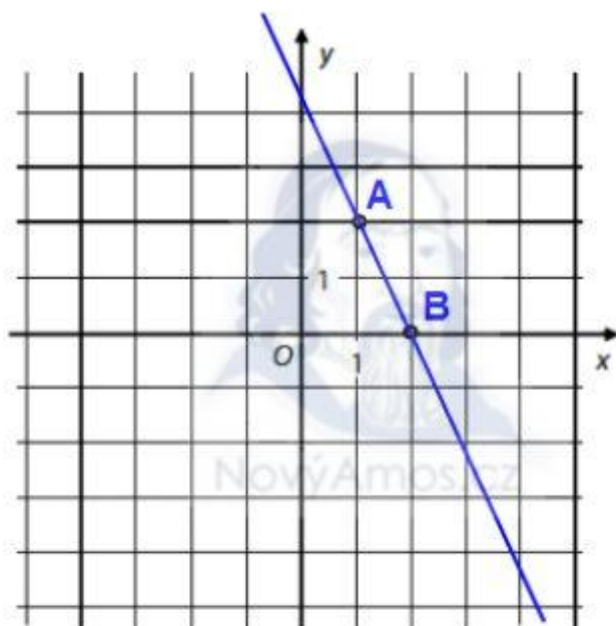
$$B[2; y_B] \quad y_B=4-2 \cdot 2$$

$$y_A=2$$

$$y_B=0$$

$$A[1; 2]$$

$$B[2; 0]$$



Máme zapsat předpis lineární funkce g ($y=ax+b$), která prochází počátkem O kartézské soustavy souřadnic (parametr b lineární funkce bude tedy roven 0) a která je s funkcí $f: y=4-2x$ rovnoběžná (aby byly rovnoběžné, parametr a bude také -2).

Předpis takové funkce je: $g: y=-2x$

Zadání úlohy 9

9 Je dán vektor $\vec{AB} = (5; 3)$ a body $A[a; -1]$, $B[4; b]$.

9.1 Vypočtěte chybějící souřadnici a bodu A .

9.2 Vypočtěte chybějící souřadnici b bodu B .

Řešení úlohy 9

$$\vec{AB} = (5; 3)$$

$$A[a; -1]$$

$$B[4; b]$$

$$x_{\vec{AB}} = B_x - A_x$$

$$5 = 4 - A_x$$

$$A_x = -1$$

$$y_{\vec{AB}} = B_y - A_y$$

$$3 = B_y + 1$$

$$B_y = 2$$

Zadání úlohy 10

max. 2 body

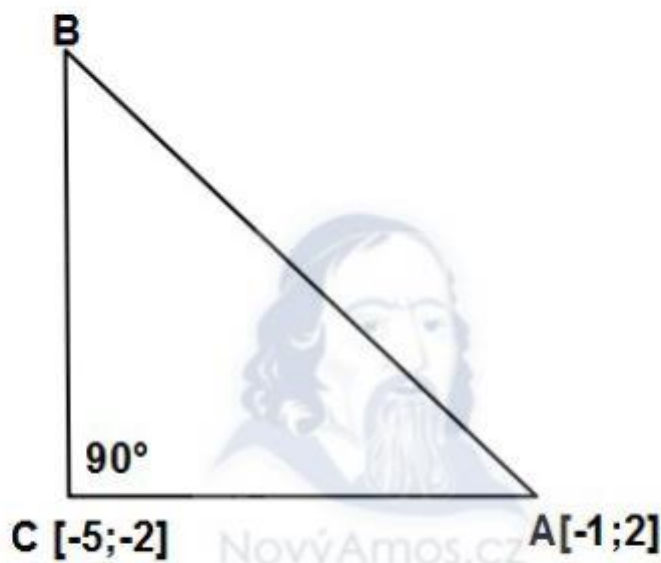
10 V rovnoramenném pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C platí:

$$A[-1; 2], C[-5; -2].$$

Vypočtěte délku strany AB .

Řešení úlohy 10

Na náčrtku je znázorněn zadaný trojúhelník ABC. Je patrné, že pokud bychom znali délku strany AC, znali bychom i délku strany BC, jelikož se jedná o trojúhelník rovnoramenný, viz zadání. Vypočítáme tedy velikost směrového vektoru $\vec{AC}$ a pak pythagorovou větou vypočítáme přeponu AB.



$$\vec{AC} = (-4; -4)$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$$

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$$

$$|AB|^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$$

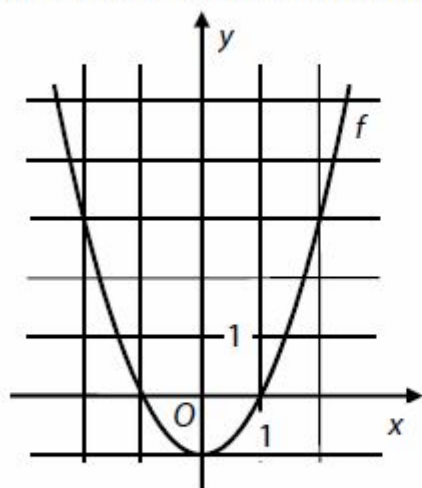
$$|AB|^2 = 64$$

$$|AB| = 8 \quad [\text{jednotek}]$$

Zadání úlohy 11

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce $f: y = x^2 - 1$ pro $x \in \mathbb{R}$.



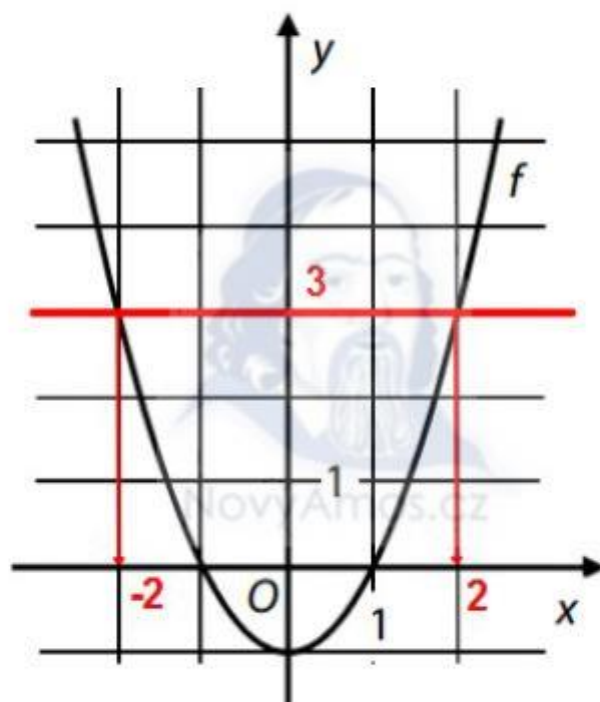
(CZVV)

1 bod

11 Určete všechny hodnoty proměnné x , pro něž je $f(x) \leq 3$.

Řešení úlohy 11

Máme určit všechny hodnoty proměnné, tedy x , pro které platí $f(x) \leq 3$. Je možné tyto hodnoty odečíst z grafu, do kterého si $f(x) \leq 3$ zakreslíme. Díky tomu se hodnoty hledaných proměnných bez problémů odečtou.



Hledaným interval je $x \in \langle -2; 2 \rangle$.

Zadání úlohy 12 a 13



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 12–13

Karel si rozdělil s dvěma asistentkami Janou a Martou práci tak, že každá z obou asistentek pracovala jednu hodinu a zbývajíc díl práce dokončil Karel sám.

Celá práce by přitom samotné Janě trvala 2 hodiny a samotné Martě o 30 minut déle než Janě.

(Každý z pracovníků udržuje rovnoměrné pracovní tempo.)

(CZVV)

1 bod

12 Vyjádřete zlomkem, jakou část práce ve skutečnosti vykonala Jana.

1 bod

13 Vypočtete v procentech, jaká část práce zbyla na Karla.

Řešení úlohy 12

jak dlouho by mu práce trala

kolik hod. odpracoval

Karel..... x hod..... $y-1$ hod

Jana.....2 hod.....1 hod

Marta.....2 hod + 30 min = 2,5 hod.....1 hod

$$\frac{y-1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2,5} = 1$$

Zlomek $\frac{y-1}{x}$ vyjadřuje část odpracovanou Karlem, zlomek $\frac{1}{2}$ část odpracovanou Janou a

$\frac{1}{2,5}$ je práce odvedená Martou. Otázkou bylo, jakou část práce vykoná Jana, odpověď je $\frac{1}{2}$.

Řešení úlohy 13

$$\frac{y-1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2,5} = 1$$

Jana udělá $\frac{1}{2} = 0,5$ práce, vyjádřeno procenty: 50 %.

Marta udělá $\frac{1}{2,5} = \frac{2}{5} = 0,4$ práce, vyjádřeno procenty: 40 %.

Na Karla tedy zbývá **10 %** práce.

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Škola zakoupila dva druhy kalkulaček. Levnější kalkulačka stála 585 Kč a dražší 630 Kč. Za nákup 60 kalkulaček škola zaplatila celkem 35 910 Kč.

(CZVV)

max. 3 body

- 14** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik korun škola zaplatila za nákup levnějších kalkulaček.**

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 14

Víme, že škola zakoupila x kusů kalkulaček po 585 Kč a y kusů kalkulaček po 630 Kč. Dohromady se koupilo 60 kusů. Proto první rovnice soustavy je $x + y = 60$

Celková zaplacená suma činí 35 910 Kč. Proto druhá rovnice $x \cdot 585 + y \cdot 630 = 35910$

Máme dvě rovnice o dvou neznámých a můžeme ji vyřešit.

$$\begin{array}{r} x + y = 60 \\ 585x + 630y = 35910 \\ \hline x = 60 - y \\ 585(60 - y) + 630y = 35910 \\ 35100 - 585y + 630y = 35910 \\ 45y = 810 \\ y = 18 \text{ kusů} \\ x = 60 - 18 \\ x = 42 \text{ kusů} \end{array}$$

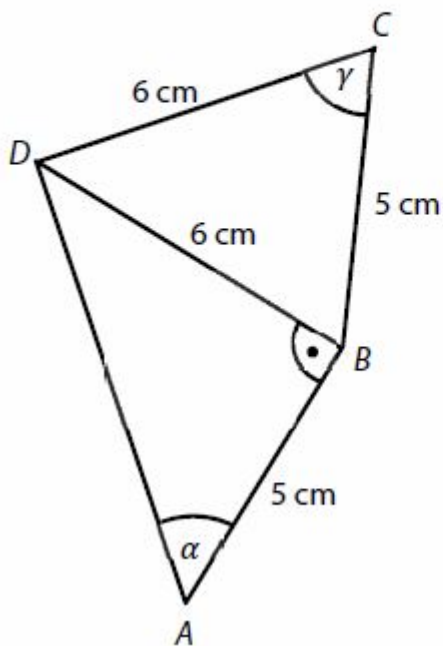
Levnější kalkulačky byly ty za 585 Kč a těch bylo 42 kusů, proto za ně škola celkem zaplatila $585 \cdot 42 = 24570$ Kč.

Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Ve čtyřúhelníku $ABCD$ platí:

$|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 5 \text{ cm}$, $|CD| = 6 \text{ cm}$, $|BD| = 6 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ABD| = 90^\circ$



(CZW)

max. 3 body

15

15.1 Vypočtěte velikost úhlu $\alpha = |\sphericalangle DAB|$. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

15.2 Vypočtěte velikost úhlu $\gamma = |\sphericalangle BCD|$. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 15

Úhel α je úhlem v pravoúhlém trojúhelníku ABD. Je tedy možné jeho velikost vypočítat jednou z goniometrických funkcí. Jelikož známe velikost strany protilehlé $|BD|=6\text{ cm}$ a přilehlé $|AB|=5\text{ cm}$ k úhlu α , tangenc je ideální.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|BD|}{|AB|}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{5}$$

$$\alpha = 50^\circ$$

Úhel γ je úhlem v obecném trojúhelníku ABD. Není tedy možné jeho velikost vypočítat goniometrickou funkcí. Jelikož však známe velikosti všech stran, bude pro výpočet vhodná kosinova věta.

$$|BD|^2 = |BC|^2 + |CD|^2 - 2 \cdot |BC| \cdot |CD| \cdot \cos \gamma$$

$$6^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos \gamma$$

$$36 = 25 + 36 - 60 \cos \gamma$$

$$-25 = -60 \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = \frac{-25}{-60}$$

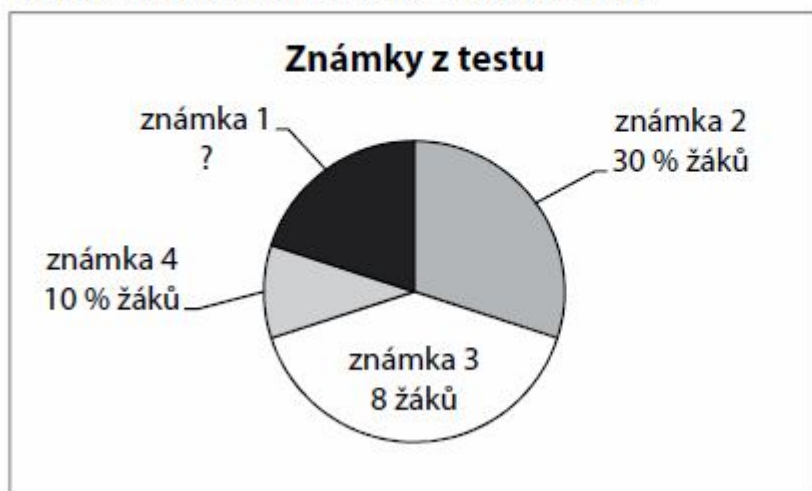
$$\cos \gamma = \frac{5}{12}$$

$$\gamma = 65^\circ$$

Zadání úlohy 16

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 16

Graf udává rozložení známek z testu u 20 žáků.



Známku 5 nedostal nikdo.

(CZVV)

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
16.1 Počet žáků, kteří získali známku 1 nebo 2, je stejný jako počet žáků, kteří získali známku 3 nebo 4.	☐	☐
16.2 Aritmetický průměr známek je 2,4.	☐	☐
16.3 Medián je 3.	☐	☐
16.4 Modus je 3.	☐	☐

Řešení úlohy 16

Nejdříve je nutné doplnit některé hodnoty do grafu.

Jestliže víme, že z 20 žáků dostalo čtyřku 10 %, znamená to, že čtyřku dostali 2 žáci, viz výpočet

$$20 \text{ žáků} \dots 100 \%$$

$$x \text{ žáků} \dots 10 \%$$

$$\frac{x}{10} = \frac{20}{100}$$

$$x = 2 \text{ žáci}$$

Dvojku dostalo 30 %, tedy trojnásobek čtyřkařů, proto 6 žáků.

Trojku má osum žáků, tedy čtyřikrát více než je žáků se čtyřkou, což činí 40 %.

Na jedničky zbývá 100 % - 10 % - 30 % - 40 % = 20 %, tedy 4 žáci.

Díky tomuto doplnění je možné odpovědět na otázky:

Počet žáků, kteří získali známku 1 nebo 2, je stejný jako počet žáků, kteří získali známku 3 nebo 4? **ANO**

Aritmetický průměr známek je 2,4. $\frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 2}{20} = 2,4$ **ANO**

Medián je 3. (Medián, střední hodnota, je nutné seřadit vzestupně nebo sestupně, např. 4; 6; 8; 2, střední hodnota je známka desátého žáka, což je známka dvě.) **NE**

Modus je 3. (Modus je nejčtenější hodnota) **ANO**

Zadání úlohy 17

2 body

17 Pro každé $n \in \{2; 3; 4; \dots\}$ je rozdíl $\binom{n+1}{2} - \binom{n}{2}$ roven:

- A) $\binom{n}{2}$
- B) $\frac{n}{2}$
- C) 2
- D) n
- E) $2n$

Řešení úlohy 17

$$\begin{aligned}
 \binom{n+1}{2} - \binom{n}{2} &= \frac{(n+1)!}{2!(n+1-2)!} - \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{(n+1)!}{2(n-1)!} - \frac{n!}{2(n-2)!} = \\
 &= \frac{(n+1)n(n-1)!}{2(n-1)!} - \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = \frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n+1) - n(n-1)}{2} = \\
 &= \frac{n^2 + n - n^2 + n}{2} = \frac{2n}{2} = n \quad \Rightarrow D
 \end{aligned}$$

Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Osm spolužáků (Adam, Bára, Cyril, Dan, Eva, Filip, Gábina a Hana) se má seřadit za sebou tak, aby Eva byla první a Dan předposlední.

(CZVV)

2 body

18 Kolika způsoby se mohou spolužáci seřadit?

- A) 5 040
- B) 2 880
- C) 1 440
- D) 720
- E) jiným počtem

Řešení úlohy 18

Osm spolužáků se má seřadit, přičemž dva mají přesně udanou pozici. Přesouvat se tedy dá pouze šest dětí na šest míst.

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \quad \Rightarrow D$$

Zadání úlohy 19

19 V geometrické posloupnosti platí:

$$q = -2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$$

Do kterého z uvedených intervalů patří první člen a_1 posloupnosti?

A) $(-8; 0)$

B) $(0; 2)$

C) $(2; 4)$

D) $(4; 8)$

E) do žádného z uvedených

Řešení úlohy 19

Máme zadánu soustavu dvou rovnic. Je však nutné snížit počet neznámých, proto ve druhé rovnici vyjádříme všechny členy rovnice prvním, tedy:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$$

$$a_1 + q a_1 + q^2 a_1 + q^3 a_1 + q^4 a_1 = 15,4$$

$$a_1 - 2 a_1 + (-2)^2 a_1 + (-2)^3 a_1 + (-2)^4 a_1 = 15,4$$

$$a_1 - 2 a_1 + 4 a_1 - 8 a_1 + 16 a_1 = 15,4$$

$$11 a_1 = 15,4$$

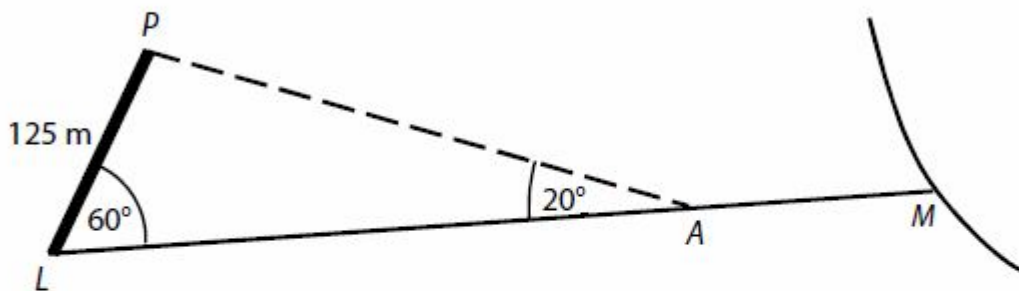
$$a_1 = 1,4 \quad \Rightarrow B$$

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Hranice LP mezi dvěma pozemky má délku 125 metrů. Od jejího levého okraje L vede rovná pěšina LM , která s touto hranicí svírá úhel o velikosti 60° .

Na pěšině je stanoviště A , z něhož je hranice LP vidět pod zorným úhlem 20° .



(CZVV)

2 body

20 Jaká je vzdálenost AL stanoviště A od levého okraje L hranice LP ?

Výsledek je zaokrouhlen na celé metry.

- A) 250 m
- B) 343 m
- C) 360 m
- D) 365 m
- E) jiná vzdálenost

Řešení úlohy 20

U vrcholu P je úhel o velikosti 100° ($180^\circ - 60^\circ - 20^\circ = 100^\circ$). Trojúhelník LAP je tedy trojúhelník tupouhlý. Velikost strany $|AL|$ je proto nutné počítat sinovou nebo kosinovou větou. Sinova je vhodnější.

$$\frac{|AL|}{\sin 100^\circ} = \frac{|LP|}{\sin 20^\circ}$$

$$\frac{|AL|}{\sin 100^\circ} = \frac{125}{\sin 20^\circ}$$

$$|AL| = \frac{125}{\sin 20^\circ} \cdot \sin 100^\circ$$

$$|AL| = 360 \text{ m} \Rightarrow C$$

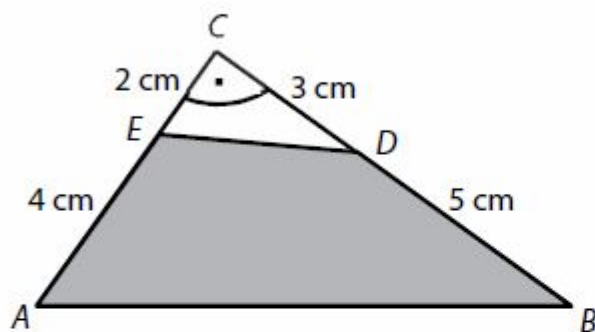


Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Z pravoúhlého trojúhelníku ABC byl odstřižen bílý trojúhelník CED .

Platí: $|AE| = 4 \text{ cm}$; $|CE| = 2 \text{ cm}$; $|BD| = 5 \text{ cm}$; $|CD| = 3 \text{ cm}$.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je obsah tmavého čtyřúhelníku $ABDE$?

- A) 21 cm^2
- B) 22 cm^2
- C) 23 cm^2
- D) 24 cm^2
- E) jiný obsah

Řešení úlohy 21

Obsah čtyřúhelníku $ABDE$ je možné vypočítat tak, že od obsahu trojúhelníku ABC odečteme obsah trojúhelníku CED .

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |AC| |BC|$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$$

$$S_{ABC} = 24 \text{ cm}^2$$

$$S_{CED} = \frac{1}{2} |EC| |DC|$$

$$S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3$$

$$S_{CED} = 3 \text{ cm}^2$$

$$S_{ABDE} = S_{ABC} - S_{CED}$$

$$S_{ABDE} = 24 - 3$$

$$S_{ABDE} = 21 \text{ cm}^2 \Rightarrow A$$

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V nádobě tvaru rotačního válce je 1 litr vody. Vnitřní **průměr** nádoby je 10 cm.

(CZVV)

2 body

22 Jaká je výška sloupce vody v nádobě?

- A) $\frac{40}{\pi}$ cm
- B) $\frac{4}{\pi}$ cm
- C) $\frac{25}{\pi}$ cm
- D) $\frac{1}{25\pi}$ cm
- E) $\frac{10}{\pi}$ cm

Řešení úlohy 22

V zadání je uvedeno, že ve válcové nádobě 1 litr vody. Je tedy zadán objem,

$$V = 1\text{ l} = 1\text{ dm}^3 = 1000\text{ cm}^3. \text{ Průměr je } d = 10\text{ cm} \text{ poloměr je } r = \frac{d}{2} = 5\text{ cm}$$

Jakmile dosadíme do vztahu pro objem válce všechny známé hodnoty, vyjádříme neznámou výšku.

$$V = \pi r^2 v$$

$$1000 = \pi 5^2 v$$

$$1000 = \pi 25 v$$

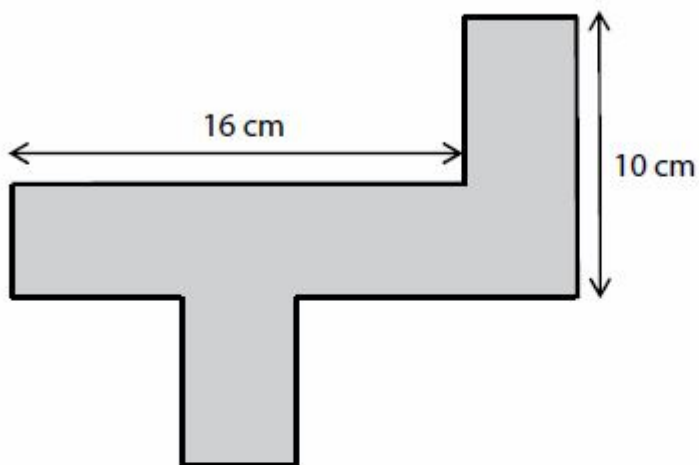
$$40 = \pi v$$

$$v = \frac{40}{\pi}\text{ cm} \Rightarrow A$$

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na obrázku je síť kváдру se čtvercovou podstavou.



(CZW)

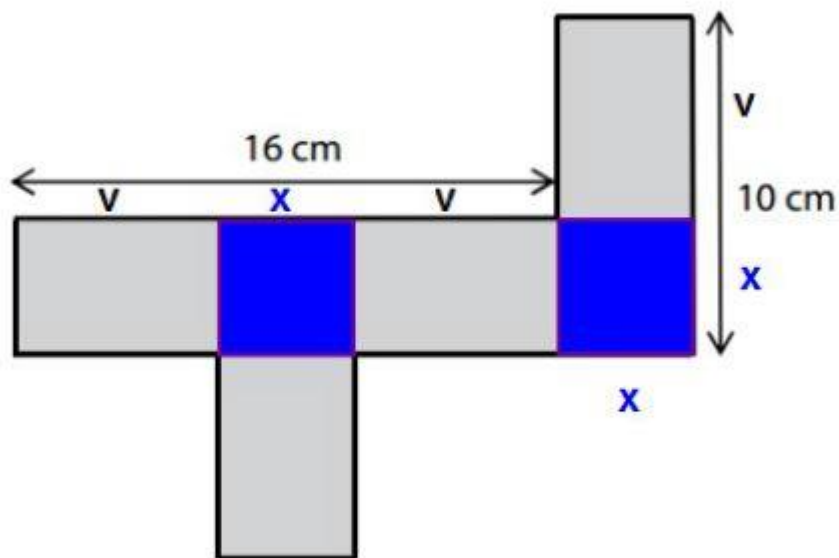
2 body

23 Jaký je povrch kváдру?

- A) 64 cm^2
- B) 96 cm^2
- C) 128 cm^2
- D) 144 cm^2
- E) jiný povrch

Řešení úlohy 23

Abychom vypočítali povrch kváдру, je nutné určit velikost hrany podstavy. Pro názornost si do obrázku dokreslíme čtverce, podstavy.



Z obrázku je nyní patrné, že úsečka délky 16 cm je součtem dvou výšek kváдру (v) a hrany podstavy (x).

$$16 = v + x + v$$

$$16 = 2v + x$$

$$16 - x = 2v$$

$$v = \frac{16 - x}{2}$$

Úsečka o délce 10 cm je součtem výšky (v) a hrany podstavy (x).

$$10 = x + v$$

$$v = 10 - x$$

Jelikož jsme v obou případech vyjádřili výšku hranolu, je možné je porovnat a následně vypočítat povrch kváдру.

$$\frac{16 - x}{2} = 10 - x$$

$$16 - x = 20 - 2x$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

$$v = 10 - 4$$

$$v = 6 \text{ cm}$$

$$S = 2x^2 + 4xv$$

$$S = 2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 \cdot 6$$

$$S = 128 \text{ cm}^2 \Rightarrow C$$

Zadání úlohy 24

24 Je dána přímka $p: -12x + 4y - 5 = 0$.

Která z následujících přímk je rovnoběžná s přímkou p ?

A) $a: x = 4 + 3t$

$$y = 12 - t, t \in \mathbf{R}$$

B) $b: x = 5 + 3t$

$$y = 5 + t, t \in \mathbf{R}$$

C) $c: x = 1 - t$

$$y = 1 + 3t, t \in \mathbf{R}$$

D) $d: x = 7 + t$

$$y = 7 + 3t, t \in \mathbf{R}$$

E) $e: x = -12 - 5t$

$$y = 4 - 5t, t \in \mathbf{R}$$

Řešení úlohy 24

Aby byly přímky rovnoběžné, musí být jejich směrové, popřípadě normálové vektory lineárně závislé.

Normálový vektor přímky p je: $\vec{n}_p = (-12; 4) = (-3; 1)$

Směrový vektor přímky a je: $\vec{a} = (3; -1)$, její normálový vektor $\vec{n}_a = (1; 3)$ **není** lineárně závislý s vektorem $\vec{n}_p$.

Směrový vektor přímky b je: $\vec{b} = (3; 1)$, její normálový vektor $\vec{n}_b = (-1; 3)$ **není** lineárně závislý s vektorem $\vec{n}_p$.

Směrový vektor přímky c je: $\vec{c} = (-1; 3)$, její normálový vektor $\vec{n}_c = (-3; -1)$ **není** lineárně závislý s vektorem $\vec{n}_p$.

Směrový vektor přímky d je: $\vec{d} = (1; 3)$, její normálový vektor $\vec{n}_d = (-3; 1)$ **je** lineárně závislý s vektorem $\vec{n}_p$.

Směrový vektor přímky e je: $\vec{e} = (-5; -5)$, její normálový vektor $\vec{n}_e = (5; -5)$ **není** lineárně závislý s vektorem $\vec{n}_p$.

Odpověď je tedy **D**.

Zadání úlohy 25

25 Přiřadte ke každé rovnici (25.1–25.4) řešení v oboru $\mathbb{R}$ odpovídající množinu všech řešení (A–F).

25.1 $2^x = \frac{1}{2}$ _____

25.2 $2^x = 0$ _____

25.3 $\log_2 x = -1$ _____

25.4 $\log_2 x^2 = 0$ _____

A) $\{-2\}$

B) $\{-1\}$

C) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

D) $\{1\}$

E) $\emptyset$

F) jiná množina

Řešení úlohy 25

$$2^x = \frac{1}{2}$$

$$2^x = 0$$

$$2^x = 2^{-1}$$

$$x = \emptyset \quad E$$

$$x = -1 \Rightarrow B$$

$$\log_2 x^2 = 0; \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\log_2 x = -1; \quad x > 0$$

$$\log_a x = y$$

$$\log_a x = y$$

$$a^y = x$$

$$a^y = x$$

pro naše zadání

$$2^0 = x^2$$

$$\text{pro naše zadání} \quad 2^{-1} = x$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow C$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1 \Rightarrow F$$

Zadání úlohy 26

max. 3 body

26 Přiřadte ke každé nerovnici (26.1–26.3) řešení v oboru $\mathbb{R}$ odpovídající množinu všech řešení (A–E).

26.1 $\frac{3-x}{-2} < -1$ _____

26.2 $\frac{2}{3-x} < 0$ _____

26.3 $\frac{3-x}{x-3} > 0$ _____

- A) $\emptyset$
- B) $(-\infty; 1)$
- C) $(-\infty; 3)$
- D) $(1; +\infty)$
- E) $(3; +\infty)$

Řešení úlohy 26



$$\frac{3-x}{-2} < -1$$

$$\frac{3-x}{-2} + 1 < 0$$

$$\frac{3-x-2}{-2} < 0$$

$$\frac{1-x}{-2} < 0$$

aby byl zlomek menší než nula , tedy záporný ,

je nutné , aby byl čitatel kladný ,

ve jmenovateli je totiž číslo záporné zadané , proto

$$1-x > 0$$

$$-x > -1$$

$$x < 1 \Rightarrow B$$

NovýAmos.cz

$$\frac{2}{3-x} < 0$$

aby byl zlomek menší než nula , tedy záporný ,

je nutné , aby byl jmenovatel záporný ,

v čitateli je totiž číslo kladné zadané , proto

$$3-x < 0$$

$$-x < -3$$

$$x > 3 \Rightarrow E$$

$$\frac{3-x}{x-3} < 0$$

*aby byl zlomek větší než nula, tedy kladný,
je nutné, aby byl jmenovatel i čítec záporný,
nebo jmenovatel i čítec kladný, proto*

$$3-x < 0 \quad x-3 < 0$$

$$-x < -3 \quad x < 3$$

$$x > 3$$

hledáme průnik $x > 3$; $x < 3$,

průnikem je prázdná množina

$$3-x > 0 \quad x-3 > 0$$

$$-x > -3 \quad x > 3$$

$$x < 3$$

hledáme průnik $x > 3$; $x < 3$,

průnikem je opět prázdná množina $\Rightarrow A$

Všechny maturitní testy z matematiky předchozích let on-line zdarma:

testy 2016 | testy 2015 | testy 2014 | testy 2013 | testy 2012 | testy 2011 | testy 2010

Řešení a postup didaktických testů z matematiky 2015 pro všechny maturanty připravil Nový Amos. Zadání didaktických testů z matematiky 2015 publikovány s písemným souhlasem Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání (CZVV), další šíření a publikování materiálů oficiálního webu novamaturita.cz podléhá autorskému zákonu.

Tweet

To se mi líbí 2

Příspěvek byl publikován 1.9.2015 [<https://www.statnimatorita-matika.cz/reseni-testu-2015-podzim>] | Rubrika: Řešení | Štítky: Algebraické výrazy, Analytická geometrie, Číselné obory, Finanční matematika, Funkce, Grafy, Kombinatorika, Nerovnice, Planimetrie, Posloupnost, Pravděpodobnost, Rovnice, Statistika, Stereometrie.

