

Výsledky a řešení podzimního matematického testu 2014



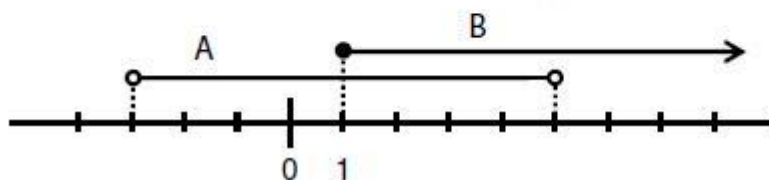
S přípravou na maturitu z matematiky pomůžou detailně vypracovaná **řešení a postupy ke všem úlohám z didaktického testu z matematiky z podzimního termínu 2014**. Prohlédněte si cestu k výsledkům z maturitních úloh z oborů jako je posloupnost, kombinatorika, číselné obory, algebra, funkce, goniometrie a další. Čím více didaktických testů z minulých let si maturant vyzkouší, tím lépe bude vědět, na jaké typy úloh se připravit, kde má ještě slabá místa a kde zabrat. Mnoho úspěchů u maturity z matematiky a pohodovou přípravu.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - podzim 2014

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

Na číselné ose jsou znázorněny intervaly A, B.



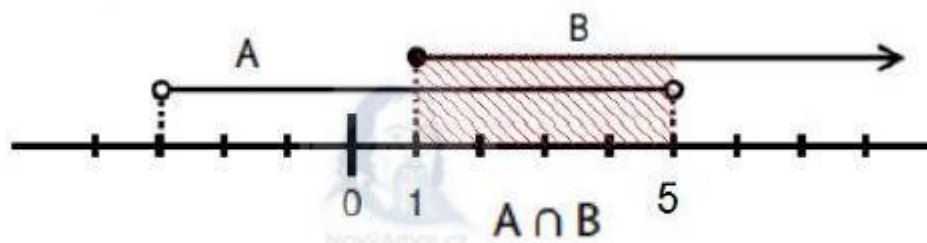
(CERMAT)

1 bod

1 Zapište intervalem $A \cap B$.

Řešení úlohy 1

Průnik intervalů A a B je znázorněn na obr.

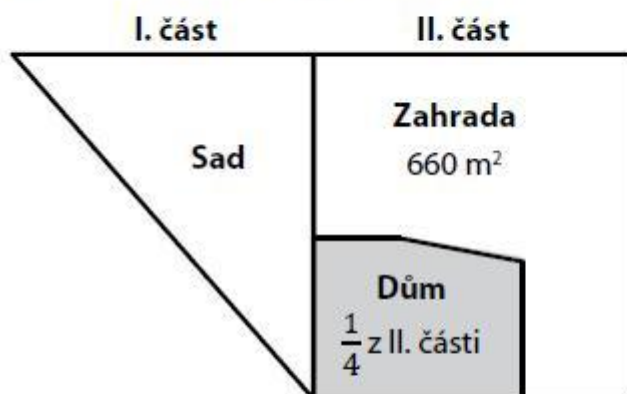


$$A \cap B = \langle 1; 5 \rangle$$

Zadání úlohy 2

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Pozemek má dvě části. V první části je sad, ve druhé části je dům a zahrada. Čtvrtinu druhé části zabírá dům a zbývajících 660 m² této části tvoří zahrada. Druhá část má dvakrát větší rozlohu než první část.



(CERMAT)

max. 2 body

2

2.1 Vypočtěte v m² rozlohu plochy, kterou zabírá dům.

2.2 Vypočtěte v m² rozlohu celého pozemku.

Řešení úlohy 2

Čtvrtinu druhé části zabírá dům, na zahradu tedy zbývají tři čtvrtiny. Spočítáme tedy rozlohu celé druhé části a čtvrtina této plochy přísluší ploše domu.

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{4} S_{II} = 660 & S_D = \frac{1}{4} 880 \\ \text{plocha II. části pozemku} & \text{plocha, kterou zabírá dům} \\ S_{II} = 880 \text{ m}^2 & S_D = 220 \text{ m}^2 \end{array}$$

druhá část pozemku je dvakrát větší, než první část pozemku $\Rightarrow S_I = \frac{1}{2} S_{II} \Rightarrow S_I = 440 \text{ m}^2$

 $\Rightarrow S_C = S_I + S_{II}$

celková plocha pozemku je součtem první a druhé části $S_C = 880 + 440$

$$S_C = 1320 \text{ m}^2$$

Zadání úlohy 3

1 bod

3 Výraz s proměnnou $x \in \mathbb{R}$ rozložte na součin.

$$x^2 + 16x + 64 =$$

Řešení úlohy 3

$$x^2 + 16x + 64 =$$

$$x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2$$

Zadání úlohy 4

max. 2 body

4 Pro $a \in \mathbb{N}$ upravte výraz:

$$\left(2 - \frac{1}{a+1}\right) : (2a+1) =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 4

$$\left(2 - \frac{1}{a+1}\right) : (2a+1) =$$

$$\left(2 - \frac{1}{a+1}\right) : (2a+1) = \left(\frac{2a+2-1}{a+1}\right) \cdot \frac{1}{2a+1} = \frac{2a+1}{a+1} \cdot \frac{1}{2a+1} = \frac{1}{a+1}$$

Zadání úlohy 5

max. 3 body

5 Stanovte podmínky a v oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 - 3} = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 5

podmínky řešení stanovujeme ze jmenovatele.

$$3x^2 - 3 \neq 0$$

$$3(x^2 - 1) \neq 0$$

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x-1)(x+1) \neq 0$$

$$x-1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$x+1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$x \neq \pm 1$$

$$x = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

$$\frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 - 3} = 0 \quad / \cdot (3x^2 - 3)$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 0$$

po úpravě rovnice budeme řešit rovnici kvadratickou

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$$

$$x_1 = -\frac{2}{3}; x_2 = -1$$

vzhledem k podmínkám řešení vyhovuje pouze kořen x_1

$$K = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

zkouška

$$L: \frac{3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 5\left(-\frac{2}{3}\right) + 2}{3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 3} = 0$$

$$P: 0$$

$$L = P$$

Zadání úlohy 6

max. 2 body

6 Pro $x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ řešte:

$$\frac{x+1}{y} = 4$$

$$\underline{2x - 4y = -6}$$

Řešení úlohy 6



soustava rovnic bude řešena metodou sčítací

$$\frac{x+1}{y}=4$$

první rovnici vynásobíme neznámou y

$$2x - 4y = -6$$

$$x + 1 = 4y$$

převědeme neznámé první rovnice

$$2x - 4y = -6$$

$$x - 4y = -1$$

první rovnici vynásobíme (-1)

$$2x - 4y = -6$$

$$-x + 4y = 1$$

rovnice sečteme, vyjádříme neznámou

$$2x - 4y = -6$$

$$x = -5$$

neznámou y vypočítáme dosazením do druhé rovnice

$$2(-5) - 4y = -6$$

$$-10 - 4y = -6$$

$$-4y = 4$$

$$y = -1$$

$$K = [-5; -1]$$

zkouška

$$L_1: \frac{x+1}{y} = \frac{-5+1}{-1} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$P_1: 4$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2: 2(-5) - 4(-1) = -10 + 4$$

$$P_2: -6$$

$$L_2 = P_2$$

Zadání úlohy 7

1 bod

7 Platí: $3 - ab = 2a + b$.

Vypočtěte hodnotu a pro $b = \frac{1}{2}$.

Řešení úlohy 7

$$3 - a \cdot b = 2a + b$$

$$3 - a \cdot \frac{1}{2} = 2a + \frac{1}{2} \quad | \cdot 2$$

$$6 - a = 4a + 1$$

$$-5a = -5$$

$$a = 1$$

Zadání úlohy 8

max. 2 body

8 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\frac{24 + 2^x}{4} = 2^x$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 8

rovnici budeme řešit substitucí $2^x = y$

$$\frac{24+2^x}{4} = 2^x$$

$$\frac{24+y}{4} = y$$

rovnici vynásobíme 4, dopočítáme hodnotu y

$$24 + y = 4y$$

$$-3y = -24$$

$$y = 8$$

hodnotu y dosadíme do substituce

$$2^x = y$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

$$K = \{3\}$$

zkouška

$$L: \frac{24+2^3}{4} = \frac{24+8}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

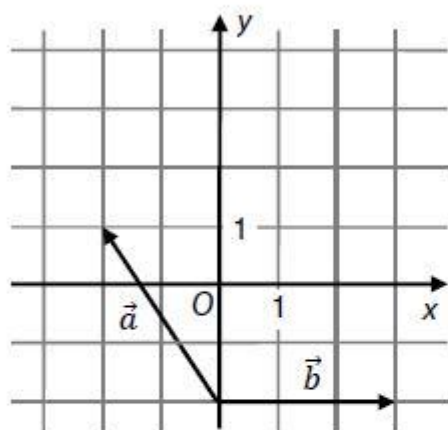
$$P: 2^3 = 8$$

$$L = P$$

Zadání úlohy 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Počáteční a koncové body obou zobrazených vektorů jsou v mřížových bodech.



(CERMAT)

max. 2 body

9

9.1 Zapište souřadnice vektoru $\vec{b}$.

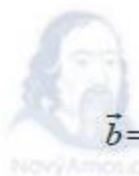
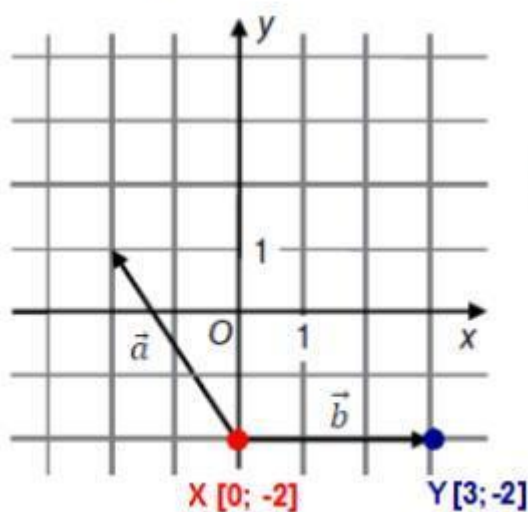
9.2 Platí: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

Zapište souřadnice vektoru $\vec{c}$.

Řešení úlohy 9

Souřadnice vektoru $\vec{b}$ je možné zapsat v mřížových bodů (posun o tři mřížová oka ve směru x-ové do prava a ve směru y-ovém žádný posun) $\Rightarrow \vec{b} = (3; 0)$

Nebo je možné souřadnice vektoru $\vec{b}$ vypočítat díky znalosti souřadnic počátečního a koncového bodu vektoru $\vec{b}$, viz obrázek.



$$\begin{aligned}\vec{b} &= \vec{XY} = Y - X = (Y_x - X_x; Y_y - X_y) = \\ &= (3 - 0; -2 - (-2)) = (3; 0)\end{aligned}$$

Vektor $\vec{c}$ je součtem vektorů $\vec{a}$ a $\vec{b}$. Určíme souřadnice vektoru $\vec{a}$ jedním ze způsobů uvedených výše.

$$\vec{a} = (-2; 3)$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{b} = (3; 0)$$

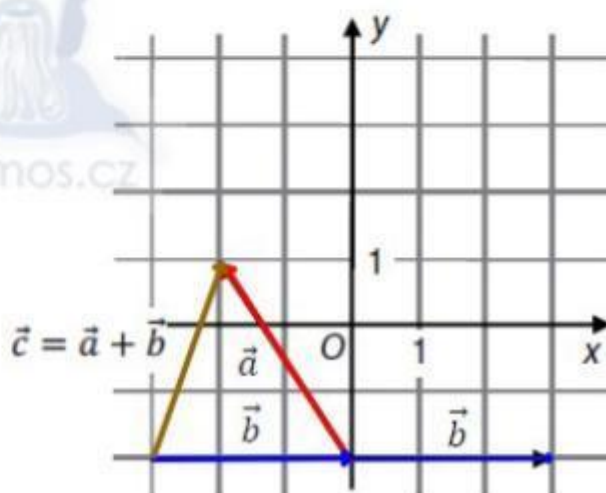
$$\vec{c} = (-2; 3) + (3; 0)$$

$$\vec{c} = (1; 3)$$

Nebo je možné součet určit graficky.

Vektor $\vec{b}$ "přeneseme" do počátečního bodu vektoru $\vec{a}$ (modrý je přenesený vektor $\vec{b}$, červený je původní vektor $\vec{a}$). Výsledný součet vektorů $\vec{a}$ a $\vec{b}$ je na grafu vykreslen, jako spojnice počátečního bodu přeneseného vektoru $\vec{b}$ a vektoru $\vec{a}$.

$$\vec{c} = (1; 3)$$



Zadání úlohy 10

1 bod

10 Vypočtěte:

$$\frac{100!}{99!} + 100 \cdot \frac{99!}{100!} =$$

Řešení úlohy 10

$$\frac{100!}{99!} + 100 \cdot \frac{99!}{100!} = \frac{100 \cdot 99!}{99!} + 100 \cdot \frac{99!}{100 \cdot 99!} = 100 + 1 = 101$$

Zadání úlohy 11



11 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\log_4(x - 8) = 1$$

Řešení úlohy 11

pravou stranu rovnice vyjádříme logaritmem
o základu 4

odlogaritmujeme, dopočítáme x

podmínka řešení

zkouška:

$$\log_4(x - 8) = 1$$

$$\log_4(x - 8) = \log_4 4$$

$$x - 8 = 4$$

$$x = 12$$

$$K = \{12\}$$

$$x - 8 > 0$$

$$x > 8$$

$$L: \log_4(12 - 8) = \log_4 4 = 1$$

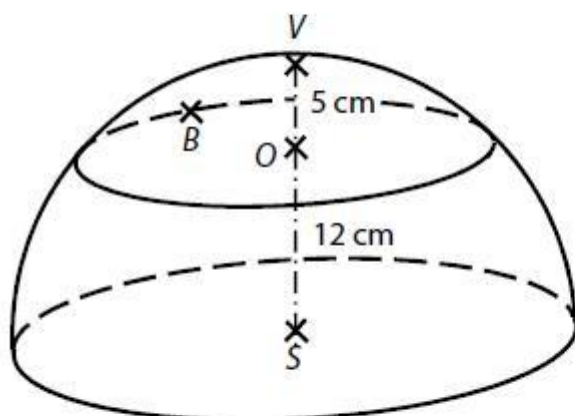
$$P: 1$$

$$L = P$$

Zadání úlohy 12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 12–13

Polovina kulové plochy je rozdělena rovinou na dvě části – kulový vrchlík a kulový pás. Vzdálenost středu S kulové plochy od roviny řezu je $|SO| = 12$ cm. Polopřímka SO protíná kulovou plochu v bodě V , vzdálenost OV je 5 cm. Bod B leží na kulové ploše.



(CERMAT)

1 bod

12 Vypočtěte v cm vzdálenost BS .

Řešení úlohy 12



Vzdálenost BS je poloměrem koule.

$$|BS| = |SO| + |OV| = 5 + 12 = 17 \text{ cm}$$

Zadání úlohy 13

1 bod

13 Vypočtete v cm^2 obsah kulového vrchlíku.

Řešení úlohy 13

Obsah kulového vrchlíku se vypočítá dosazením do vzorce

$$S = 2\pi Rv$$

$$S = 2\pi 17 \cdot 5$$

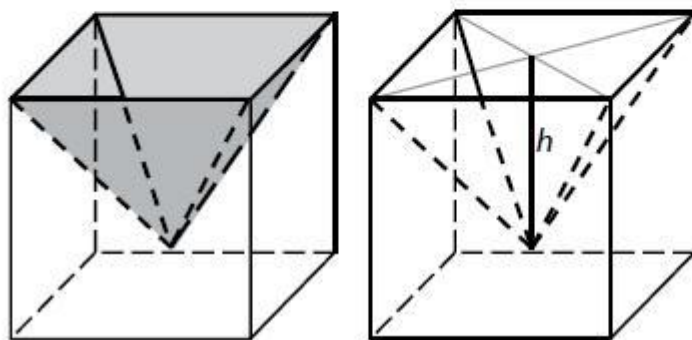
$$S = 170\pi$$

$$S = 534 \text{ cm}^2$$

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Ve skleněné krychli s hranou délky 8 cm je dutina tvaru čtyřbokého jehlanu. Objem dutiny je roven jedné čtvrtině objemu krychle.



(CERMAT)

max. 3 body

14

14.1 Vypočtete v cm^3 objem dutiny.

14.2 Vypočtete v cm hloubku h dutiny.

V obou částech úlohy 14 uveďte v záznamovém archu celý postup řešení (použité vzorce, dosazení číselných hodnot, výpočet a jednotky).

Řešení úlohy 14



Objem dutiny je roven jedné čtvrtině objemu krychle. Spočítáme-li čtvrtinu objem krychle, máme výsledek.

$$V_k = \frac{1}{4} a^3$$

$$V_k = \frac{1}{4} 8^3$$

$$V_k = 128 \text{ cm}^3$$

Nyní známe objem pravidelného čtyřbokého jehlanu. Dosadíme do vzorce a dopočítáme výšku jehlanu.

$$V_j = \frac{1}{3} S_p v$$

$$V_j = \frac{1}{3} a^2 v$$

$$128 = \frac{1}{3} 8^2 v \quad / \cdot 3$$

$$384 = 64 v \quad / : 64$$

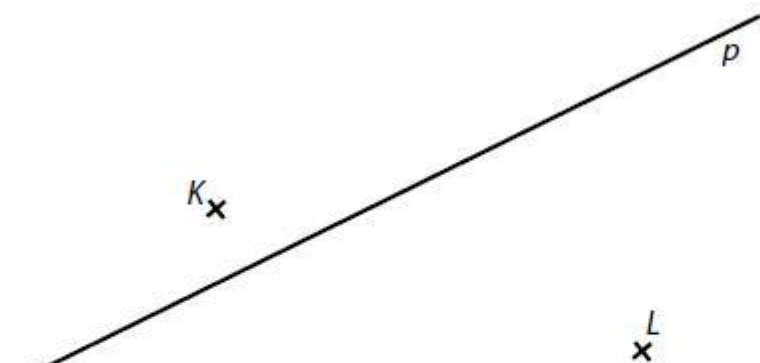
$$v = 6 \text{ cm}$$



Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

V rovině je dána přímka p a mimo ni dva různé body K, L .



(CERMAT)

max. 2 body

15 Na přímce p sestrojte následující body:

15.1 bod A , kde $|\sphericalangle KAL| = 180^\circ$;

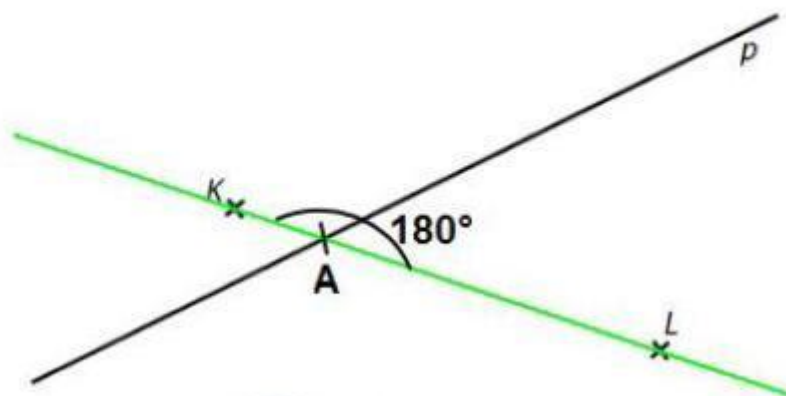
15.2 bod B , kde $|BK| = |BL|$.

V záznamovém archu konstrukci obtáhněte propisovací tužkou.

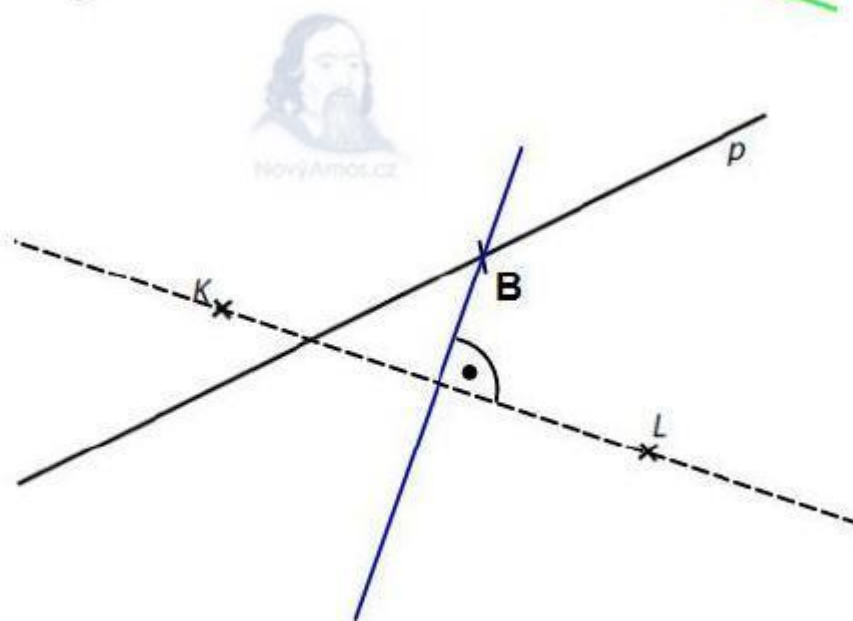


Řešení úlohy 15

15.1



15.2



Zadání úlohy 16

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pro všechny hodnoty $a, b \in \mathbb{N}$ pravdivé (A), či nikoli (N).

A N

16.1 $\frac{3+b}{a+2} = \frac{3}{a} + \frac{b}{2}$

☐ ☐

16.2 $\frac{a+2}{b} = \frac{a}{b} + \frac{2}{b}$

☐ ☐

16.3 $\frac{a \cdot 3}{2 \cdot b} = \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{b}$

☐ ☐

16.4 $\frac{a \cdot 2}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{2}{b}$

☐ ☐


Řešení úlohy 16

$$16.1 \quad \frac{3+b}{a+2} = \frac{3}{a} + \frac{b}{2} \quad A \quad N$$

$$16.2 \quad \frac{a+2}{b} = \frac{a}{b} + \frac{2}{b} \quad A \quad N$$

$$16.3 \quad \frac{a \cdot 3}{2 \cdot b} = \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{b} \quad A \quad N$$

$$16.4 \quad \frac{a \cdot 2}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{2}{b} \quad A \quad N$$

$$16.1 \quad \frac{3+b}{a+2} = \frac{3}{a} + \frac{b}{2} \quad \frac{3+b}{a+2} = \frac{3}{a+2} + \frac{b}{a+2} \neq \frac{3}{a} + \frac{b}{2} \Rightarrow N$$

$$16.2 \quad \frac{a+2}{b} = \frac{a}{b} + \frac{2}{b} \Rightarrow A$$

$$16.3 \quad \frac{a \cdot 3}{2 \cdot b} = \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{b} \Rightarrow A$$

$$16.4 \quad \frac{a \cdot 2}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{2}{b} \quad \frac{a \cdot 2}{b} = a \cdot \frac{2}{b} = \frac{a}{b} \cdot 2 \neq \frac{a}{b} \cdot \frac{2}{b} \Rightarrow N$$

Zadání úlohy 17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Obchodník koupil výrobky za jednotnou nákupní cenu. Doporučená prodejní cena jednoho výrobku je o 60 % vyšší než jeho nákupní cena. Za doporučenou prodejní cenu prodal obchodník $\frac{4}{5}$ nakoupených výrobků, zbytek výrobků se mu prodat nepodařilo.

(CERMAT)

2 body

17 O kolik procent je částka získaná z prodeje výrobků vyšší než částka vynaložená na nákup všech výrobků?

- A) o 48 %
- B) o 28 %
- C) o 20 %
- D) obě částky jsou stejné
- E) o jiný rozdíl

Řešení úlohy 17



Obchodník nakoupil výrobky za y Kč. Jejich nákupní cenu navýšil na 160 %, tedy 1,6 krát. Kdyby se prodávajícímu podařilo prodat všechny výrobky, utržil by částku x , $x = 1,6y$. Podařilo se mu ovšem pradat pouze $\frac{4}{5}$. Proto výpočet bude:

$$x = 1,6y \cdot \frac{4}{5}$$

$$x = 1,28y$$

$$x = 128\%y$$

$$\text{navýšení o } 28\% \Rightarrow B$$



Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Otec se rozhodl vyplatit Markovi odměnu za vyřešení testu z matematiky. Za každou správně vyřešenou úlohu mu zaplatí 50 Kč, za každou chybně vyřešenou úlohu 150 Kč odečte. Test obsahuje 20 úloh.

Marek test vyřešil a dostal za něj 200 Kč.

(CERMAT)

2 body

18 Kolik procent úloh vyřešil Marek správně?

- A) 70 %
- B) 75 %
- C) 80 %
- D) 85 %
- E) jiný počet

Řešení úlohy 18

x chybně řešené úlohy

y správně řešené úlohy

víme, že celkem bylo v testu 20 úloh $\Rightarrow x + y = 20$

víme, že pokud některé vyřešil správně, dostal za toto řešení 50 Kč $\Rightarrow 50 \cdot x$

víme, že za chybné řešení se mu strhlo 150 Kč $\Rightarrow -150 \cdot y$

a víme, že si celkem vydělal 200 Kč $\Rightarrow 200 = 50x - 150 \cdot y$

dostáváme soustavu dvou rovnic $20 = x + y$

$$200 = 50x - 150 \cdot y$$

řešit budeme metodou sčítací, otázka se týká $3000 = 150x + 150y$

správných řešení, proto počítáme neznámou x $200 = 50x - 150 \cdot y$

$$3200 = 200x$$

$$x = 16 \text{ úloh}$$

A nyní určit, kolik procent je 16 správně Markem vařešených úloh z 20 v testu zadaných. Třeba trojčlenkou.

$$100\% \dots\dots 20$$

$$x\% \dots\dots 16$$

$$x = \frac{16}{20} \cdot 100$$

$$x = 80\% \quad \Rightarrow C$$

Zadání úlohy 19

2 body

19 Body $K[3; y], L[x; 8]$ leží na přímce p , pro kterou platí:

$$p: x = 3 - 5t;$$

$$y = -4 - 12t; t \in \mathbf{R}$$

Jaká je délka úsečky KL ?

A) 13

B) $\sqrt{73}$

C) $\sqrt{40}$

D) 5

E) jiná délka

Řešení úlohy 19



Pokud bychom znali souřadnice bodů K i L, bylo by možné vyjádřit souřadnice směrového vektoru $\vec{KL}$, určit velikost tohoto směrového vektoru a tedy vzdálenost bodů K, L.

Chybějící souřadnice je možné určit z parametrického vyjádření přímky p , na které oba body K i L leží.

$$p: x = 3 - 5t;$$

$$y = -4 - 12t; t \in \mathbb{R}$$

do parametrického vyjádření přímky p dosadíme souřadnice bodu $K[3; y]$

$$3 = 3 - 5t$$

$$y = -4 - 12t$$

$$3 = 3 - 5t$$

z první rovnice je možné vyjádřit parametr t a ten dosadit do druhé rovnice a dopočítat chybějící souřadnici

$$0 = -5t$$

$$t = 0$$

$$y = -4 - 12 \cdot 0$$

$$y = -4$$

$$K[3; -4]$$

do parametrického vyjádření přímky p dosadíme souřadnice bodu $L[x; 8]$

$$x = 3 - 5t$$

$$8 = -4 - 12t$$

z druhé rovnice je možné vyjádřit parametr t a ten dosadit do první rovnice rovnice a dopočítat chybějící souřadnici

$$8 = -4 - 12t$$

$$12t = -12$$

$$t = -1$$

$$x = 3 - 5 \cdot -1$$

$$x = 8$$

$$L[8; 8]$$

$$\vec{KL} = L - K = (L_x - K_x; L_y - K_y) = (8 - 3; 8 - (-4)) = (5; 12)$$

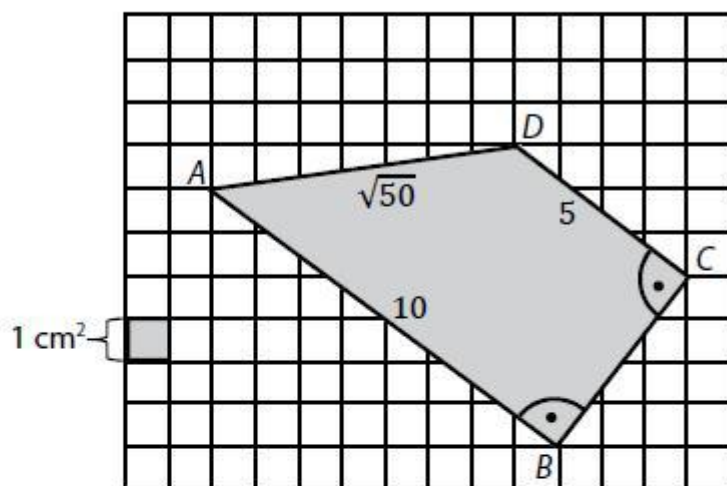
$$|\vec{KL}| = \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$|\vec{KL}| = 13 \Rightarrow A$$

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V pravoúhlé síti jsou v mřížových bodech umístěny vrcholy čtyřúhelníku $ABCD$.



Uvedené rozměry čtyřúhelníku jsou v centimetrech.

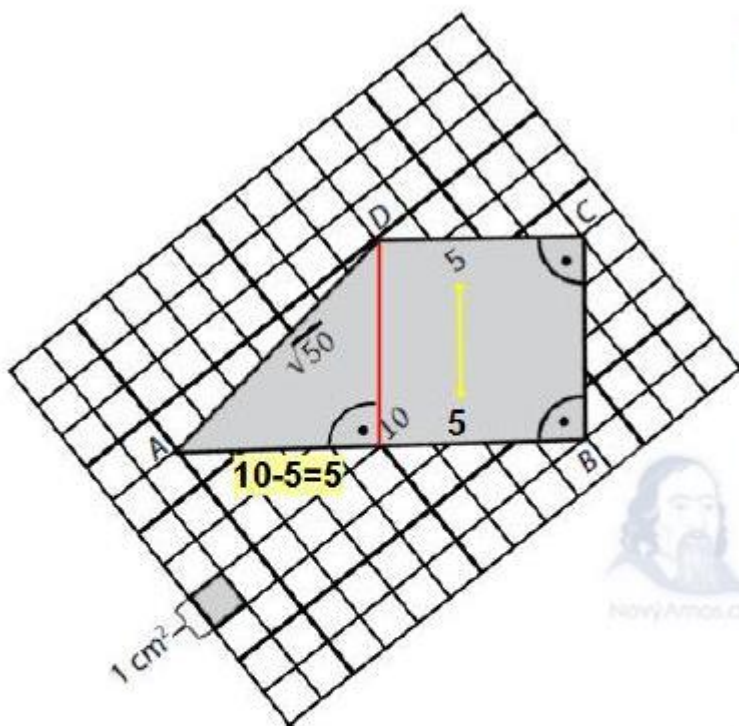
(CERMAT)

2 body

20 Jaký je obsah čtyřúhelníku $ABCD$?

- A) $(20 + \sqrt{50}) \text{ cm}^2$
- B) $37,5 \text{ cm}^2$
- C) $(41 - 0,5 \cdot \sqrt{50}) \text{ cm}^2$
- D) $39,5 \text{ cm}^2$
- E) jiný obsah

Řešení úlohy 20



Pokud bychom si obrázek natočili, byl by $ABCD$ čtyřúhelník mnohem názornější, viz obr.

Spuštěním kolmice z bodu D (červená úsečka, výška) na úsečku AB rozdělíme čtyřúhelník $ABCD$ na trojúhelník a čtyřúhelník.

Díky vzniklému pravoúhlému trojúhelníku dopočítáme výšku nutnou pro výpočet obsahu čtyřúhelníku.

$$(\sqrt{50})^2 = 5^2 + v^2$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

obsah:

$$S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

$$S = \frac{(10+5) \cdot 5}{2}$$

$$S = 37,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow B$$

Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

V divadle se do první řady posadí 12 osob, 3 místa v této řadě zůstanou volná.

(CERMAT)

2 body

21 Kolika způsoby by mohla být rozmístěna volná místa v první řadě?

- A) 220
- B) 455
- C) 1 320
- D) 2 730
- E) jiným počtem

Řešení úlohy 21

V první řadě je celkem 15 míst. Zajímá nás rozmístění 3 volných sedadel. Nezajímá nás pořadí, ve kterém zůstanou volná (pořadí osob, které se usazují). Proto jde o kombinace.

$$\binom{15}{3} = \frac{15!}{3! \cdot 12!} = 455 \Rightarrow B$$

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Hráč hodí jedenkrát běžnou šestistěnnou kostkou a jedenkrát mincí (na jedné straně mince je panna, na druhé je orel).

(CERMAT)

2 body

22 Jaká je pravděpodobnost, že na kostce padne šestka a na minci orel?

A) $\frac{2}{8}$

B) $\frac{1}{7}$

C) $\frac{2}{12}$

D) $\frac{1}{8}$

E) $\frac{1}{12}$

Řešení úlohy 22

Jedná se o podmíněnou pravděpodobnost. Pravděpodobnost, že na kostce padne šestka je

$P_1 = \frac{1}{6}$, pravděpodobnost, že na minci padne orel je $P_2 = \frac{1}{2}$. Pravděpodobnost, že oba jevy

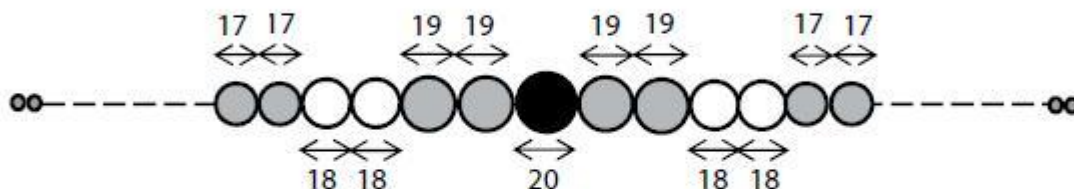
nastanou současně je $P = P_1 \cdot P_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \Rightarrow E$

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na rovném drátě je navlečeno celkem **61** korálků tvaru koule.

Uprostřed řady je největší korálek s průměrem 20 mm. Vedle něj jsou z každé strany dva korálky s průměrem 19 mm, potom dva korálky s průměrem 18 mm, dále dva korálky s průměrem 17 mm atd. V každé následující dvojici se průměr korálků o 1 mm zmenší. Mezi korálky nejsou žádné mezery.



Rozměry uvedené v obrázku jsou v milimetrech.

(CERMAT)

2 body

23 Jak dlouhá je řada korálků?

- A) kratší než 720 mm
- B) 730 mm
- C) 740 mm
- D) 750 mm
- E) delší než 750 mm

Řešení úlohy 23

Řadu korálků je možné si rozdělit na tři části. Prvních třicet korálků (**15 dvojic**), prostřední korálek a opět třicet korálků (**15 dvojic**). Celková délka bude součtem těchto tří úseků, přičemž prvních třicet a druhých třicet korálků je stejně dlouhých.

$$a_{15} = 19$$

$$d = 1$$

$$a_1 = a_{15} - 14 \cdot d$$

$$a_1 = 19 - 14 \cdot 1$$

$$a_1 = 5$$

$$s_{15} = \frac{15}{2} (5 + 19)$$

$$s_{15} = 180$$

první polovina náhrdelníku $2 \cdot 180$

druhá polovina náhrdelníku $2 \cdot 180$

prostřední kulička 20

celý náhrdelník $2 \cdot 180 + 2 \cdot 180 + 20 = 740 \text{ mm}$

NovýAmos.cz

$\Rightarrow C$

Zadání úlohy 24

24 První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1 = 36$, $a_2 = 12$, $a_3 = 4$.

Který vzorec pro n -tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít?

A) $a_n = 36 + 24^{-n}$

B) $a_n = 52 - 16n$

C) $a_n = 60 - 24n$

D) $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

E) $a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Řešení úlohy 24

Jestliže máme "nabídku" výsledků, je možné vycházet z nich. Tedy dosadit libovolný známý člen posloupnosti do vzorce pro n -tý člen a bude jasné, který je správný.

$$a_n = 36 + 24^{-n} \quad a_3 = 36 + 24^{-3} \quad a_3 = 36 (\neq a_3 \text{ ze zadání})$$

$$a_n = 52 - 16n \quad a_3 = 52 - 16 \cdot 3 \quad a_3 = 4 (= a_3 \text{ ze zadání})$$

$$a_2 = 52 - 16 \cdot 2 \quad a_2 = 20 (\neq a_2 \text{ ze zadání})$$

$$a_n = 60 - 24n \quad a_3 = 60 - 24 \cdot 3 \quad a_3 = -12 (\neq a_3 \text{ ze zadání})$$

$$a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad a_3 = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad a_3 = 4 (= a_3 \text{ ze zadání})$$

$$a_2 = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad a_2 = 12 (= a_2 \text{ ze zadání})$$

$$a_1 = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \quad a_1 = 36 (= a_1 \text{ ze zadání})$$

$\Rightarrow D$

$$a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad a_3 = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad a_3 = \frac{4}{3} (\neq a_3 \text{ ze zadání})$$

Zadání úlohy 25

25 Přiradte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).

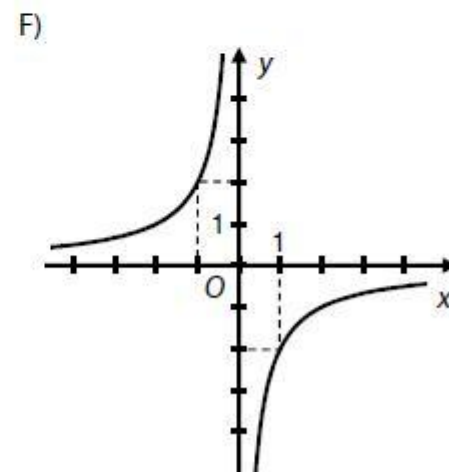
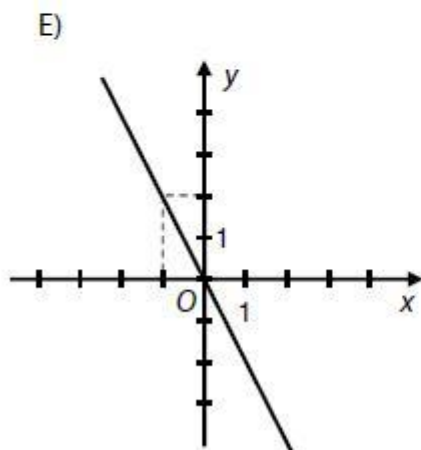
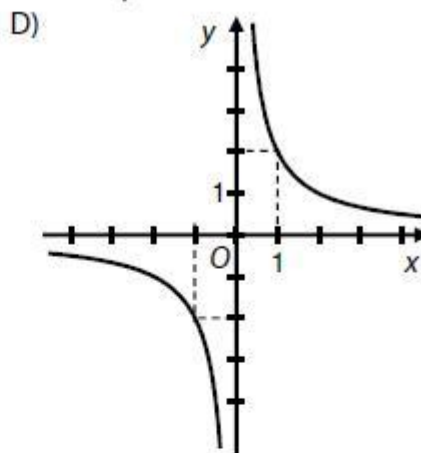
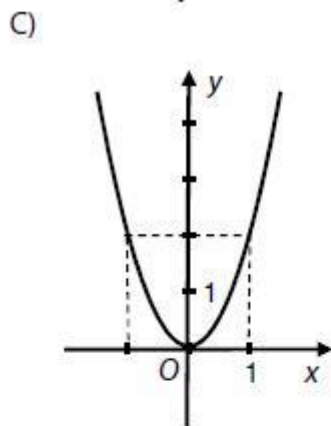
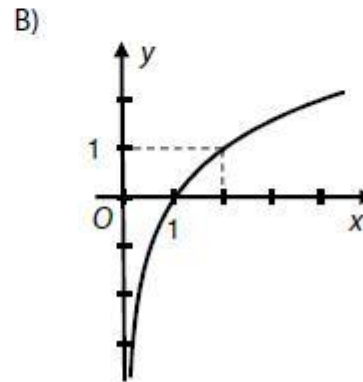
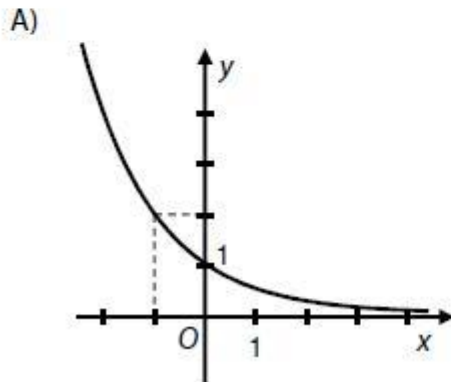
Předpisy funkcí si můžete nejprve upravit.

25.1 $y = (2^{-1})^x$ _____

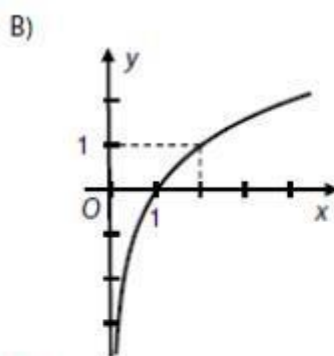
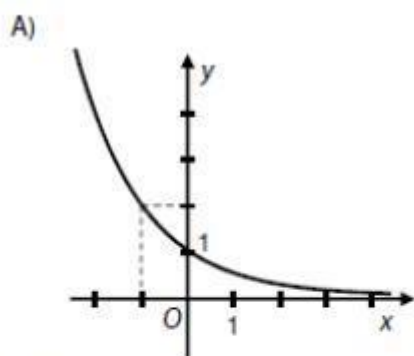
25.2 $y = 2(-x)^2$ _____

25.3 $y = 2(-x)^{-1}$ _____

25.4 $y = 2(-x)$ _____



Řešení úlohy 25



$$y = (2^{-1})^x$$

$$y = 2^{-x}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

exponenciální funkce,

základ menší než 1

$\Rightarrow A$

$$y = 2(-x)^2$$

$$y = 2x^2$$

kvadratická funkce

konvexní

$\Rightarrow C$

$$y = 2(-x)^{-1}$$

$$y = -\frac{2}{x}$$

funkce lomená

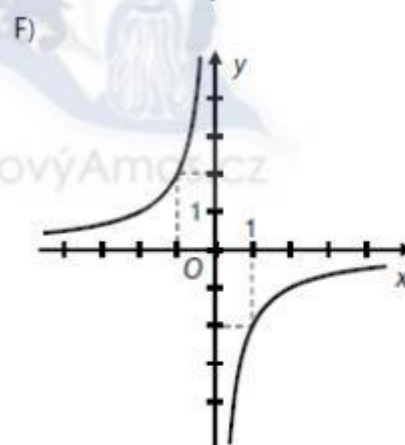
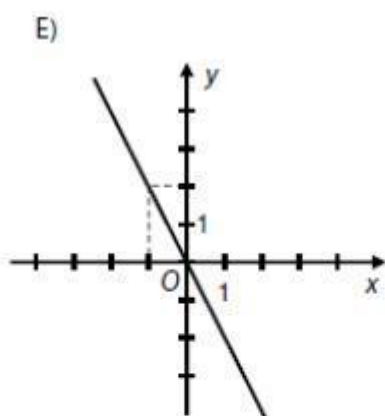
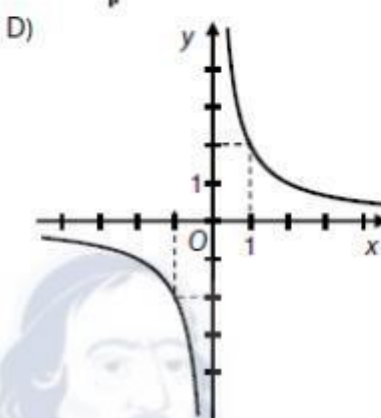
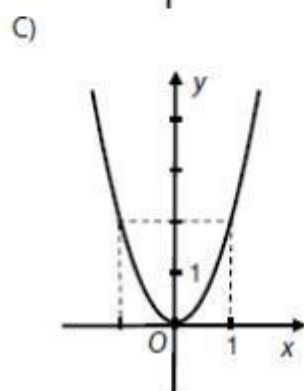
$-2 \Rightarrow F$

$$y = 2(-x)$$

$$y = -2x$$

lineární funkce klesající

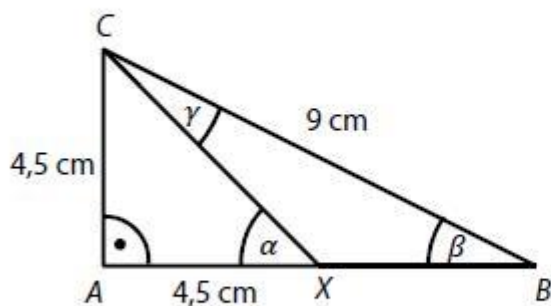
$\Rightarrow E$



Zadání úlohy 26

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 26

Přepona BC pravoúhlého trojúhelníku ABC měří 9 cm, odvěsna AC měří 4,5 cm. Druhá odvěsna AB je bodem X rozdělena na dva úseky. Úsek AX má délku 4,5 cm.



(CERMAT)

max. 3 body

26 Přiřadte ke každému úhlu (26.1–26.3) jeho velikost (A–E).

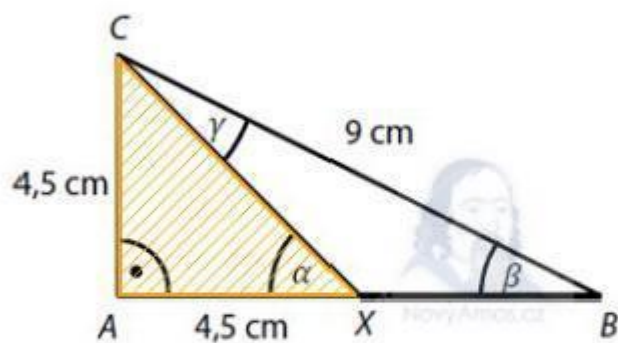
26.1 α _____

26.2 β _____

26.3 γ _____

- A) 15°
- B) 25°
- C) 35°
- D) 45°
- E) jiná velikost

Řešení úlohy 26



$$\alpha = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4,5}{4,5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow D$$

Je také možné úhel α vypočítat goniometrickou funkcí tangens

Všechny maturitní testy z matematiky předchozích let on-line zdarma:

testy 2016 | testy 2015 | testy 2014 | testy 2013 | testy 2012 | testy 2011 | testy 2010

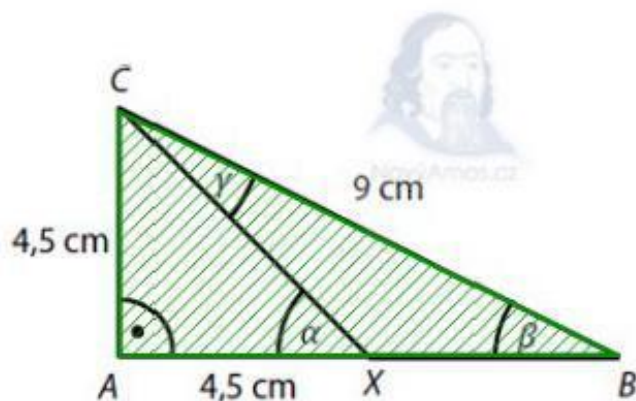
Řešení a postup didaktických testů z matematiky 2014 pro všechny maturanty připravil Nový Amos. Zadáání didaktických testů z matematiky 2014 publikovány s písemným n Centra pro zjišťová ů vzdělávání (CZVV), .ní

$$\sin \beta = \frac{4,5}{9}$$

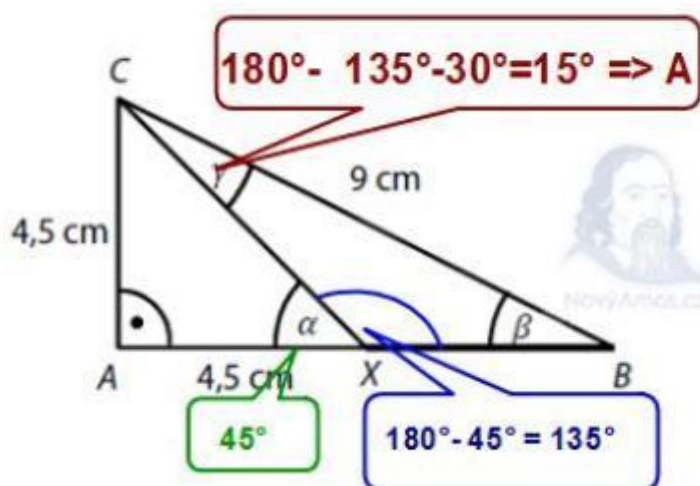
Úhel β vypočítáme z pravoúhlého trojúhelníku viz obr.

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow E$$



Úhel γ je možné dopočítat sinovou či kosinovou větou, nebo díky znalosti úhlů, jak je naznačeno na obrázku.



Tweet

To se mi líbí 5

Příspěvek byl publikován 15.1.2015 [<https://www.statnimaturita-matika.cz/reseni-testu-2014-podzim>] | Rubrika: Řešení
| Štítky: Algebraické výrazy, Analytická geometrie, Číselné obory, Funkce, Kombinatorika, Nerovnice, Planimetrie, Posloupnost, Pravděpodobnost, Rovnice, Stereometrie.