

Výsledky a řešení jarního matematického testu 2014



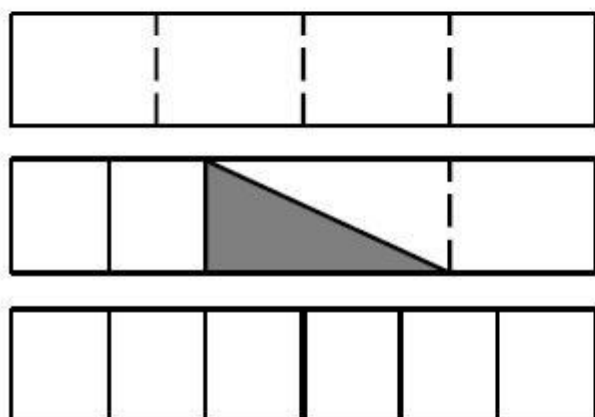
Vyřešené postupy a detailní řešení všech úloh z didaktického testu z matematiky k maturitě v roce 2014 v jarním maturitním termínu dobře poslouží všem maturujícím z matematiky pro bezplatnou přípravu na svou ostrou státní maturitu z matematiky. Jako inspirace poslouží vyřešené příklady z v tomto testu objevujících se maturitních oborů jako je statistika, stereometrie, planimetrie, číselné obory, algebraické výrazy, kombinatorika, posloupnosti a další obory z matematiky na maturití úrovni.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - jaro 2014

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

Tři shodné obdélníky jsou rozděleny různými způsoby. První obdélník je rozdělen na 4 shodné části, poslední obdélník na 6 shodných částí.



(CERMAT)

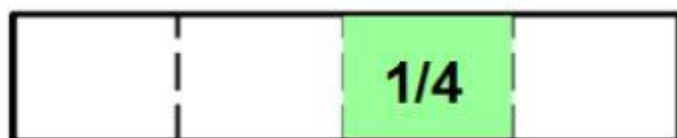
1 bod

- 1 Vyjádřete zlomkem, jakou část druhého obdélníku tvoří tmavá plocha.

Řešení úlohy 1



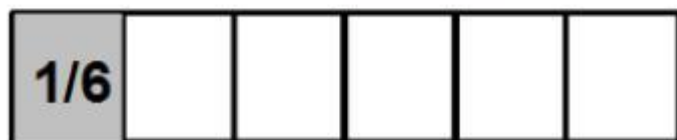
Je nutné si uvědomit, jaké části z celku tvoří jednotlivé části druhého obdélníku. První tři části jsou odlišně velké, než další dvě části, viz obr.



Podle obrázku je patrné, že tmavá část je polovinou ze součtu třetího a čtvrtého úseku druhého obdélníku.



$$\frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}}{2} = \frac{1}{6}$$



Zadání úlohy 2

1 bod

- 2 Vypočítejte jednu třetinu z 3^{3k+3} , kde $k \in \mathbb{Z}$.

Řešení úlohy 2

$$\frac{1}{3} \cdot 3^{3k+3} = 3^{-1} \cdot 3^{3k+3} = 3^{3k+2}$$

Zadání úlohy 3

max. 2 body

- 3 Výraz (s proměnnou $a \in \mathbb{R}$) zjednodušte tak, aby neobsahoval závorky.

$$3[a - a(a - 1)]^2 =$$

Řešení úlohy 3

$$3[a - a(a - 1)]^2 =$$

$$3[a - a(a - 1)]^2 = 3[a - a^2 + a]^2 = 3[2a - a^2]^2 = 3[4a^2 - 4a^3 + a^4] = 12a^2 - 12a^3 + 3a^4$$

Zadání úlohy 4

4 Pro $n \in \mathbb{N}$ zjednodušte:

$$\frac{2 + \frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{2n^2}} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 4

$$\frac{2 + \frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{2n^2}} =$$

$$\frac{2 + \frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{2n^2}} = \frac{\frac{2n+1}{n}}{\frac{4n^2-1}{2n^2}} = \frac{2n^2(2n+1)}{n(4n^2-1)} = \frac{2n(2n+1)}{4n^2-1} = \frac{2n(2n+1)}{(2n+1)(2n-1)} = \frac{2n}{2n-1}$$

Zadání úlohy 5

5 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x - 1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Řešení úlohy 5

$$\frac{1}{x^2-x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{x^2-x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{x^2-x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{x(x-1)} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1} \quad / \cdot 2x(x-1)$$

$$2 = 3(x-1) - 2x$$

$$2 = 3x - 3 - 2x$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

$$x \neq 0; x \neq 1$$

$$K = \{5\}$$

$$L: \frac{1}{5^2-5} = \frac{1}{25-5} = \frac{1}{20}$$

$$P: \frac{3}{2 \cdot 5} - \frac{1}{5-1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{6-5}{20} = \frac{1}{20}$$

$$L = P$$

podmínky řešení

zkouška



Zadání úlohy 6

1 bod

6 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

$$\sqrt{2^{2x}} = 8$$

Řešení úlohy 6



$$\sqrt{2^{2x}}=8$$

rovnici upravíme tak, aby na obou stranách rovnice byl umocněn stejný základ



zkouška

$$\sqrt{2^{2x}}=8$$

$$\sqrt{2^{2x}}=8$$

$$2^{\frac{2x}{2}}=2^3$$

$$\frac{2x}{2}=3$$

$$x=3$$

$$K=\{3\}$$

$$L: \sqrt{2^{2 \cdot 3}}=8$$

$$P: \quad 8$$

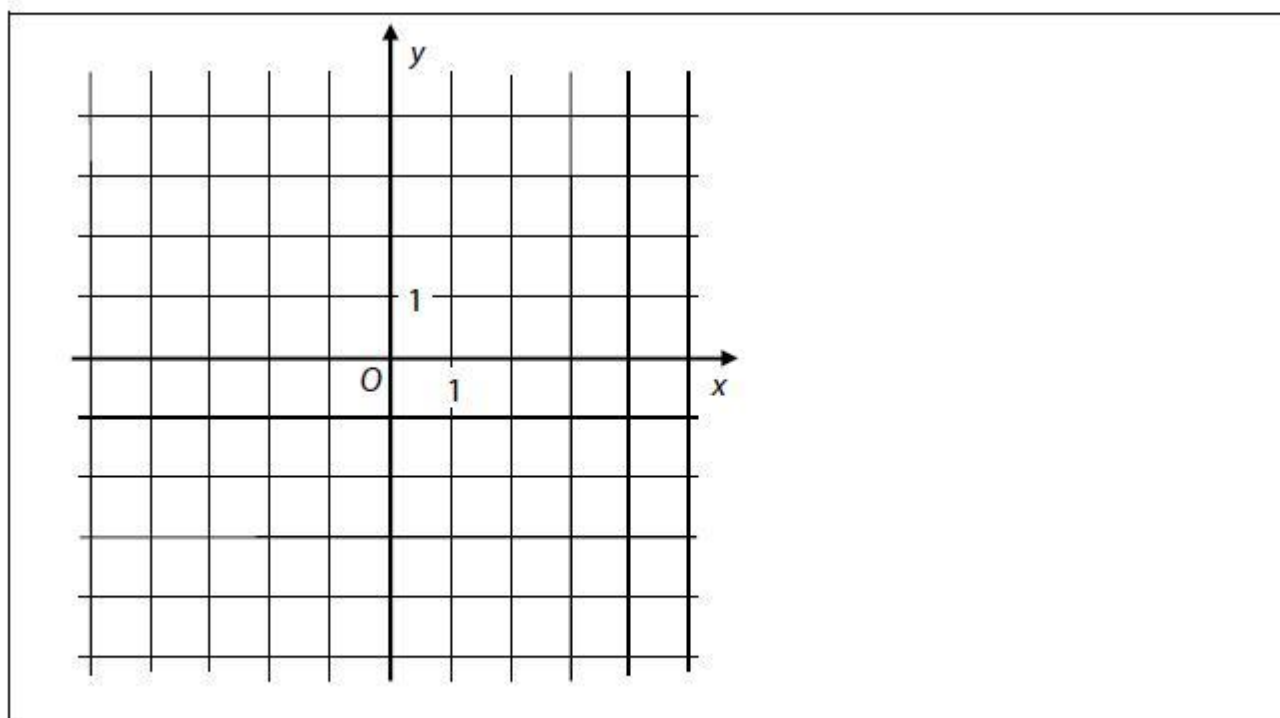
$$L=P$$

Zadání úlohy 7

7 Je dána funkce $g: y = \sin x$, $x \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$.

Určete ve stupních hodnotu proměnné x , v níž funkce g nabývá minima.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8



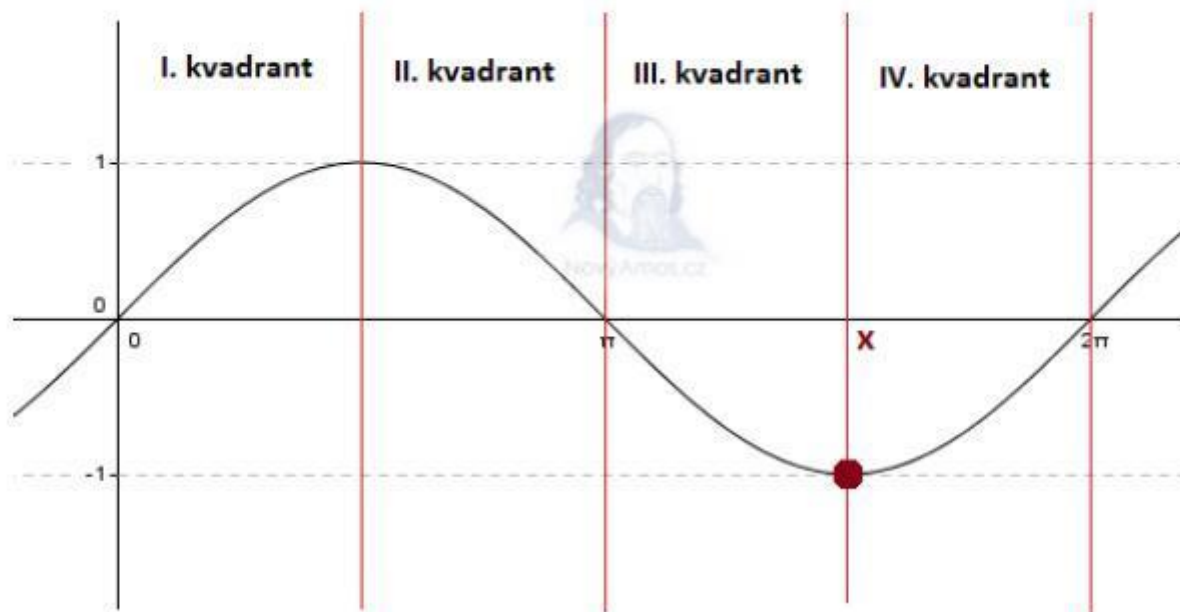
(CERMAT)

Řešení úlohy 7

Na níže uvedeném grafu je průběh funkce $g: y = \sin x$

Průběh goniometrické funkce $\sin x$ je možné rozdělit na čtyři shodné části, kvadranty. Z grafu je zřejmé, že se minimum nachází v hodnotě úhlu, viz graf, velikosti $\frac{3}{2}\pi = 270^\circ$

$$K = \{270^\circ\}$$



Zadání úlohy 8

8 Pro $x \in \mathbb{R}$ je dána funkce $f: y = (2 - x)(2 + x)$.

8.1 Sestrojte graf funkce f .

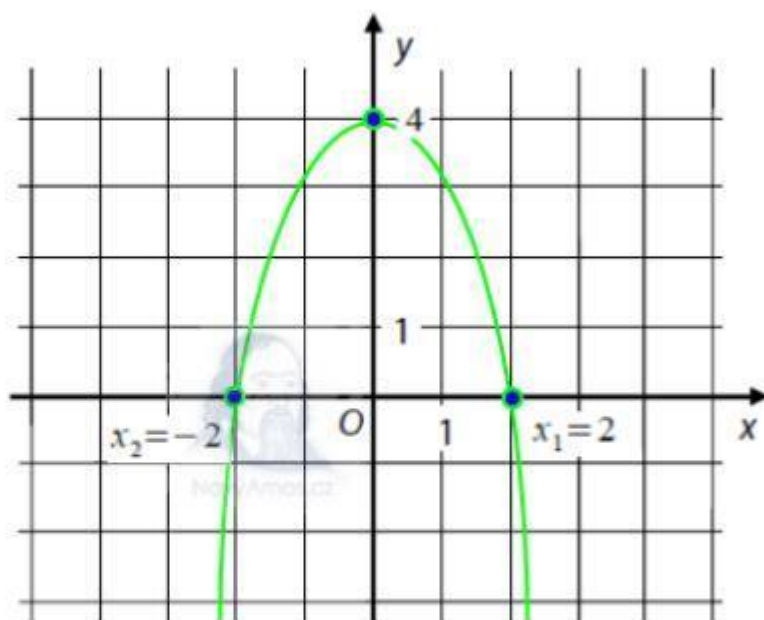
V záznamovém archu obtáhněte graf propisovací tužkou.

8.2 Zapište souřadnice průsečíku $P[x; y]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou y .

8.3 Zapište všechny hodnoty proměnné $x \in \mathbb{R}$, pro něž je hodnota funkce f kladná ($y > 0$).

Řešení úlohy 8

Upravíme předpis funkce $f: y = (2 - x)(2 + x)$ $y = 4 - x^2$ nyní je patrné, že se jedná o kvadratickou funkci konkávní, absolutní člen (4) je průsečík s osou y . Z předpisu funkce získáme průsečíky s osou x $0 = (2 - x)(2 + x) \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -2$, graf je symetrický kolem osy y .



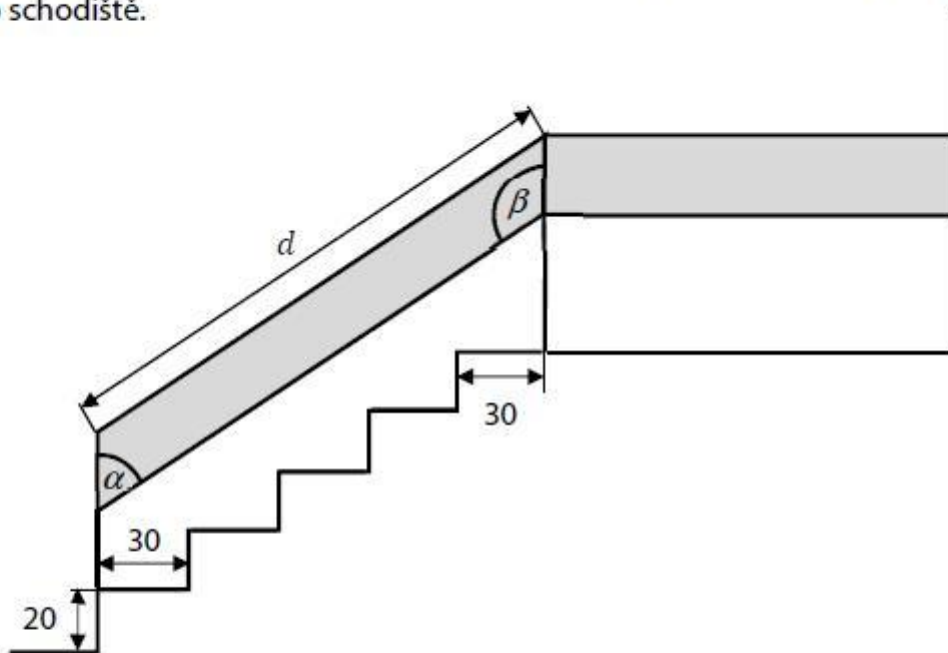
Průsečík s osou y má souřadnice $P[0; 4]$.

Hodnota funkce f kladná ($y > 0$), tedy $-x^2 + 4 > 0$ pro $x \in (-2; 2)$

Zadání úlohy 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Ke vchodu do rodinného domku vede schodiště s pěti schody, které jsou 20 cm vysoké a 30 cm široké. Šikmá část zábradlí tvaru rovnoběžníku s vnitřními úhly α a β má stejný sklon jako schodiště.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

(CERMAT)

max. 2 body

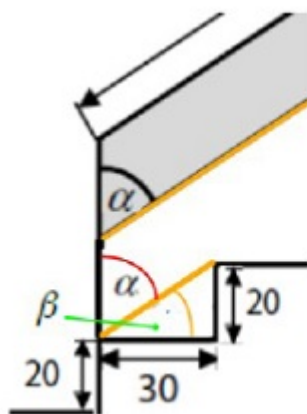
9

9.1 Vypočtete s přesností na stupně velikost úhlu α .

9.2 Vypočtete s přesností na cm délku d delší strany šikmé části zábradlí.

Řešení úlohy 9

Úhel α (alfa) dopočítáme funkcí tangens viz obr.:



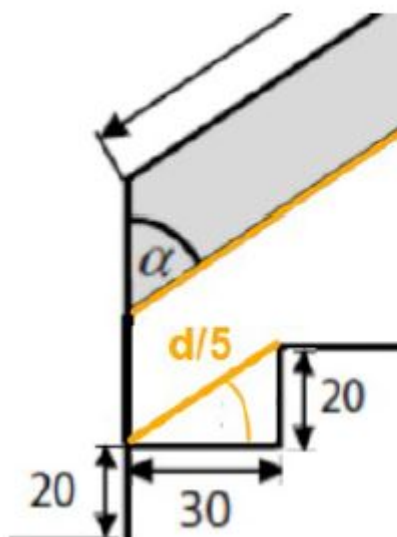
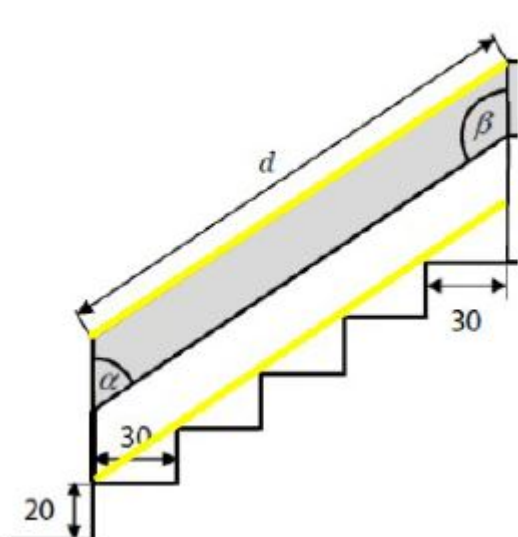
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{20}{30}$$

$$\beta = 34^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \beta$$

$$\alpha = 56^\circ$$

Délku d delší strany šikmé části zábradlí je možné si rozdělit na pět stejných částí (pět schodů) viz obr.



$$\left(\frac{d}{5}\right)^2 = 30^2 + 20^2$$

$$\left(\frac{d}{5}\right)^2 = 1300$$

$$\frac{d}{5} = 10\sqrt{13}$$

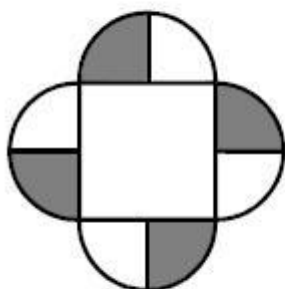
$$d = 180,278 \text{ cm}$$

$$d = 180 \text{ cm}$$

Zadání úlohy 10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Ornament je složen z jednoho čtverce a čtyř půlkruhů, které jsou rozděleny vždy na tmavou a světlou polovinu. Čtverec má obsah 400 cm^2 .



(CERMAT)

1 bod

10 Vypočítejte s přesností na cm^2 obsah tmavé plochy ornamentu.

Řešení úlohy 10

Tmavé plochy ornamentu tvoří kruh, jehož průměr je roven délce strany čtverce. Jelikož známe velikost obsahu čtverce, je možné délku strany určit.

$$S_{\text{čtverce}} = a^2$$

$$400 = a^2$$

$$a = 20 \text{ cm}$$

$$a = d$$



$$S_k = \frac{\pi d^2}{4}$$

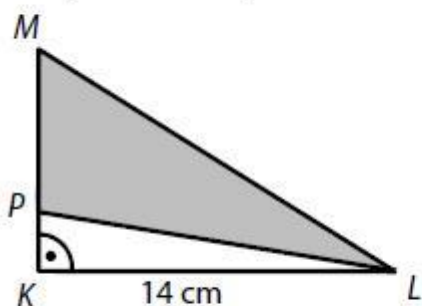
$$S_k = \frac{\pi 20^2}{4}$$

$$S_k = 314 \text{ cm}^2$$

Zadání úlohy 11

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Délka odvěsny KL pravoúhlého trojúhelníku KLM je 14 cm. Na druhé odvěsně KM leží bod P . Obsah tupoúhlého trojúhelníku PLM je 56 cm^2 .



(CERMAT)

1 bod

11 Vypočítejte v cm délku strany PM tupoúhlého trojúhelníku PLM .

Řešení úlohy 11

Strana KL je současně výškou trojúhelníku PLM . Dosadíme do vzorce pro výpočet obsahu trojúhelníku ...

$$S_{\text{trojúhelníku}} = \frac{1}{2} |KL| |PM|$$

$$56 = \frac{1}{2} 14 |PM|$$

$$56 = 7 |PM|$$

$$|PM| = 8 \text{ cm}$$



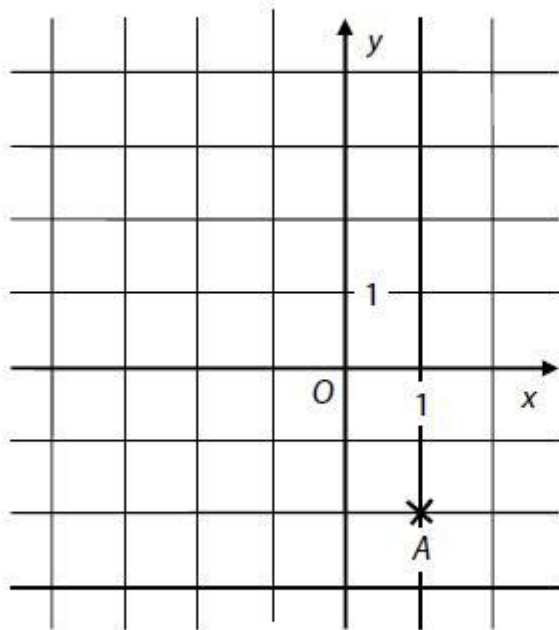
Zadání úlohy 12



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je (v mřížovém bodě) umístěn bod A .

Dále platí: $\overrightarrow{AB} = (-4; 2)$ a $\overrightarrow{AC} = (-4; 3)$.



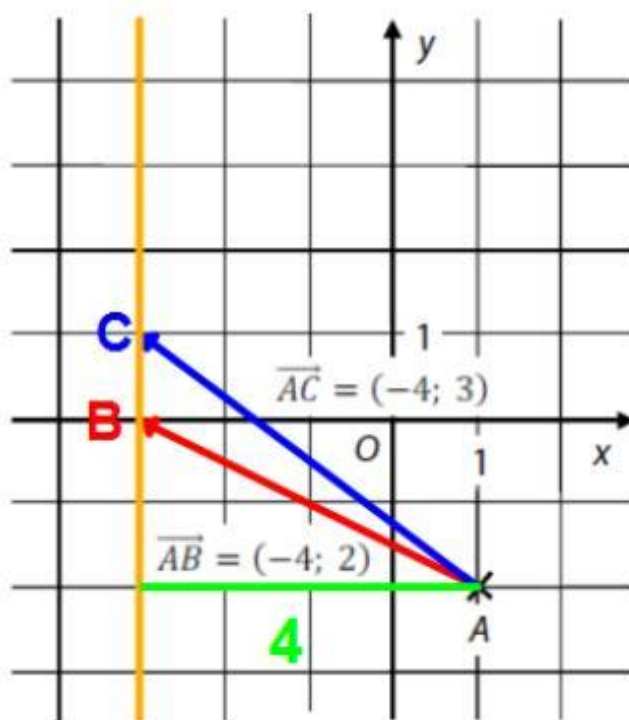
(CERMAT)

1 bod

12 Určete vzdálenost bodu A od přímky BC .

Řešení úlohy 12

Do kartézské soustavy souřadnic dobreslíme směrové vektory. Tím získáme body B a C a tedy i přímku procházející body B , C . Vzdálenost bodu A od přímky BC je nejkratší vzdálenost bodu A a přímky BC , tedy délka kolmice z bodu A na přímku BC , viz obr. Tato na obrázku zelená úsečka je dlouhá **4**, to je dotazovaná vzdálenost.



Zadání úlohy 13



- 13 Vypočtete, kolik procent je 6 miliontin metru z 15 desetitisícin metru.

Řešení úlohy 13

$$6 \text{ miliontin} = 6 \cdot 10^{-6}$$

$$15 \text{ desetitisícin} = 15 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{6 \cdot 10^{-6}}{15 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{250} \Rightarrow 0,4\%$$

Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Petr dokáže udělat celou práci sám za 6 hodin. Martin dokáže udělat stejnou práci sám za 8 hodin.

Ve skutečnosti pracoval nejdříve Petr a potom ho vystřídal Martin. Celou práci tak zvládli za 6,5 hodiny.

(Žádný z chlapců neměnil své pracovní tempo a střídání chlapců proběhlo bez časové prodlevy.)

(CERMAT)

max. 3 body

- 14 Vypočtete, jak dlouho pracoval Petr, než ho vystřídal Martin.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 14

Petr.....práci by odvedl za 6 hodin.....pracoval x hodin

Martin.....práci by odvedl za 8 hodin.....pracoval $6,5 - x$ hodin

$$\frac{x}{6} + \frac{6,5 - x}{8} = 1 \quad | \cdot 24$$

$$4x + 3(6,5 - x) = 24$$

$$4x + 19,5 - 3x = 24$$

$$x = 4,5 \text{ hod.}$$

Petr pracoval 4,5 hodin, tedy 270 minut.

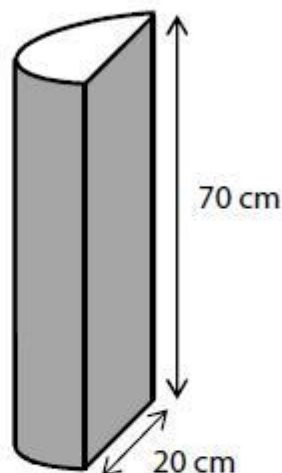
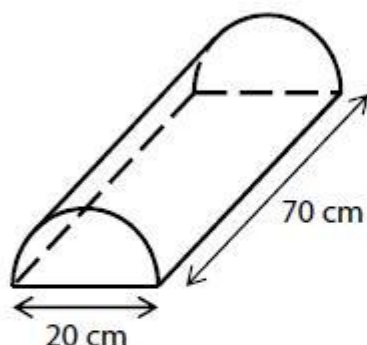
Zadání úlohy 15



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Molitanová ortopedická podložka je těleso tvaru půlválce. Průměr podstav půlválce je 20 cm, délka půlválce je 70 cm.

Přes podložku se přetáhne 70 cm dlouhý, těsně přiléhající návlek z pevné tmavé látky. Návlek nezakrývá ani jednu z obou podstav půlválce.



(CERMAT)

max. 3 body

15

15.1 Vypočtěte objem půlválce (tj. objem podložky) **v litrech**.

15.2 Vypočtěte v cm^2 obsah **pláště** půlválce (tj. obsah plochy, kterou zakrývá tmavý návlek).

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení úlohy 15

Objem půlválce je polovinou objemu celého válce:

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot v}{2}$$

$$V = \frac{\pi 10^2 \cdot 70}{2}$$

$$V = 10995,6 \text{ cm}^3$$

$$V = 10,9956 \text{ dm}^3$$

$$V = 11 \text{ l}$$

Obsah plochy, kterou zakrývá tmavý návlek je složen z povrchu půlválce (bez podstav) a obdélníku:

$$S = \frac{2\pi \cdot r \cdot v}{2} + d \cdot v$$

$$S = \pi \cdot 10 \cdot 70 + 20 \cdot 70$$

$$S = 3599 \text{ cm}^2$$



Zadání úlohy 16

max. 2 body

16 Hází se jedenkrát běžnou šestistěnnou hrací kostkou s čísly od 1 do 6.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

	A	N
16.1 Pravděpodobnost, že padne sudé číslo, je $\frac{1}{2}$.	☐	☐
16.2 Pravděpodobnost, že padne číslo větší než 4, je $\frac{1}{4}$.	☐	☐
16.3 Pravděpodobnost, že padne číslo menší než 3, je $\frac{1}{3}$.	☐	☐
16.4 Pravděpodobnost, že nepadne číslo 6, je $\frac{1}{6}$.	☐	☐

Řešení úlohy 16

Pravděpodobnost, že padne sudé číslo ... sudá čísla, která mohou padnout jsou 2; 4; 6. Proto pravděpodobnost že padnou:

$$P = \frac{\binom{3}{1}}{\binom{6}{1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{ANO}$$

Pravděpodobnost, že padne číslo větší než 4 ... čísla, která mohou padnout jsou 5; 6. Proto pravděpodobnost že padnou:

$$P = \frac{\binom{2}{1}}{\binom{6}{1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{NE}$$

Pravděpodobnost, že padne číslo menší než 3 ... čísla, která mohou padnout jsou 1; 2. Proto pravděpodobnost že padnou:

$$P = \frac{\binom{2}{1}}{\binom{6}{1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{ANO}$$

Pravděpodobnost, že nepadne číslo 6 ... čísla, která mohou padnout jsou 1; 2; 3; 4; 5. Proto pravděpodobnost že padnou:

$$P = \frac{\binom{5}{1}}{\binom{6}{1}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \text{NE}$$



Zadání úlohy 17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Trenér vybírá z 5 děvčat a 4 chlapců šestičlennou skupinu, v níž budou 3 dívky a 3 chlapci.

(CERMAT)

2 body

17 Kolika způsoby lze šestičlennou skupinu za těchto podmínek sestavit?

- A) 16
- B) 20
- C) 40
- D) 180
- E) jiným počtem

Řešení úlohy 17

- A) 16
- B) 20
- C) 40
- D) 180
- E) jiným počtem



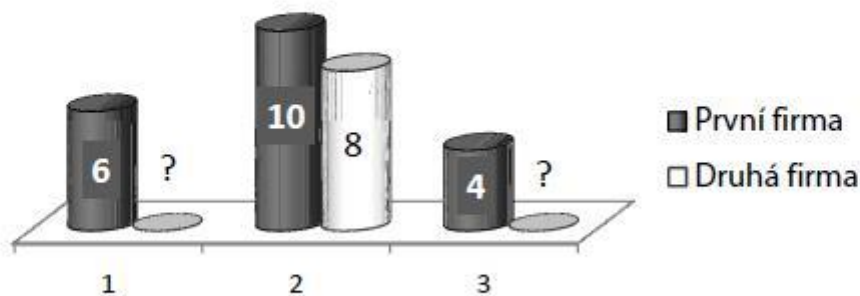
Nezáleží na tom v jakém pořadí trenér skupinu vybírá, proto budeme počítat kombinace.

$$\binom{5}{3} \cdot \binom{4}{3} = 40 \Rightarrow C$$

Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

U každé ze dvou firem se posuzovala kvalita 20 výrobků. Na trh mohou jít pouze výrobky, které získají známky 1 až 3.



Pouze 6 výrobků první firmy získalo známku 1 (nejvyšší kvality), dalších 10 výrobků známku 2 a zbývající 4 výrobky známku 3.

Rovněž všechny výrobky druhé firmy obstály. Dosáhly téže **průměrné známky** jako výrobky první firmy, ale známku 2 dostalo jen 8 výrobků.

(CERMAT)

2 body

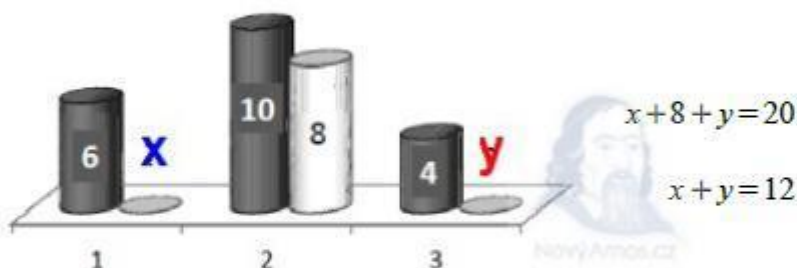
18 Kolik výrobků druhé firmy získalo známku nejvyšší kvality 1?

- A) 4 výrobky
- B) 6 výrobků
- C) 8 výrobků
- D) jiný počet
- E) Uvedená situace nemůže nastat.

Řešení úlohy 18

Ze zadání sestavíme rovnice potřebné k řešení.

U každé ze dvou firem se posuzovala kvalita 20 výrobků. Do obrázku si můžeme za počet výrobků druhé firmy, které získaly hodnocení 1 označit neznámou x , počet výrobků, které získaly hodnocení 2 označit neznámou y .



Výrobky druhé firmy dosáhly téže **průměrné známky** jako výrobky první firmy. Proto vypočítáme průměrnou známku, které dosáhla první firma. $\frac{6 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 4 \cdot 3}{20} = 1,9$

Stejnou průměrnou známku má i druhá firma, proto $\frac{x \cdot 1 + 8 \cdot 2 + y \cdot 3}{20} = 1,9$



Nyní máme dvě rovnice a dvě neznámé x, y .

řešit budeme metodou dosazovací



$$x + y = 12$$

$$\frac{x \cdot 1 + 8 \cdot 2 + y \cdot 3}{20} = 1,9$$

$$x + y = 12$$

$$x = 12 - y$$

$$\frac{12 - y + 8 \cdot 2 + y \cdot 3}{20} = 1,9$$

$$12 - y + 16 + 3y = 38$$

$$2y = 10$$

$$y = 5$$

$$x = 12 - 5$$

$$x = 7 \Rightarrow D$$

Zadání úlohy 19

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Kocourkovští potřebovali peníze na opravu cest. V prvním roce si půjčili 1 milion korun. Nic nesplatili, proto ve druhém roce dluh narostl na 1,5 milionu korun. Protože Kocourkovští peníze ani nadále nespláceli, dluh se v každém dalším roce zvýšil o 50 % dluhu z **předchozího** roku.

(CERMAT)

2 body

19 Ve kterém roce dluh poprvé překročil částku 15 milionů korun?

- A) v 6. roce
- B) v 8. roce
- C) v 9. roce
- D) v 10. roce
- E) později než v 10. roce

Řešení úlohy 19



Jedná se o geometrickou posloupnost, jelikož se dluh v každém dalším roce zvýšil o 50 % dluhu z předchozího roku. Jelikož se zvyšuje meziročně vždy o 50 %, pak kvocient této geometrické posloupnosti se rovná $q = \frac{150}{100} = 1,5$ a první člen této posloupnosti $a_1 = 1\,000\,000$

Potřebujeme zjistit, ve kterém roce narostl dluh na 15 milionu korun. 15 milionu korun je člen posloupnosti, $a_n = 15\,000\,000$ (nevíme zatím který přesně, to potřebujeme zjistit). Proto vyjádříme n-tý člen pomocí prvního:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$15\,000\,000 = 1\,000\,000 \cdot 1,5^{n-1}$$

$$15 = 1,5^{n-1}$$

$$\log 15 = \log 1,5^{n-1}$$

$$\log 15 = (n-1) \log 1,5$$

$$n-1 = \frac{\log 15}{\log 1,5}$$

$$n = \frac{\log 15}{\log 1,5} + 1$$

$$n = 7,68 \Rightarrow B$$



Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Ve dvoukolové soutěži družstev „Český čtverák“ se řešilo celkem 80 úkolů. V prvním soutěžním kole se řešila čtvrtina z celkového počtu úkolů, ve druhém kole zbytek. Z úkolů prvního kola družstvo vyřešilo pouze jednu pětinu. Proto do druhého kola změnilo taktiku. V něm pak z každé trojice úkolů vyřešilo právě dva.

(CERMAT)

2 body

20 **Kolik procent všech soutěžních úkolů družstvo vyřešilo?**

- A) 55 %
- B) 57 %
- C) 59 %
- D) 61 %
- E) jiný počet

Řešení úlohy 20



80 úloh celkem		
	1. soutěžní kolo	2. soutěžní kolo
počet řešených úloh	<i>V prvním soutěžním kole se řešila čtvrtina z celkového počtu,</i> $\frac{1}{4} \cdot 80 = 20$	<i>ve druhém kole zbytek.</i> 60
počet správně vyřešených úloh	<i>Z úkolů prvního kola družstvo vyřešilo pouze jednu pětinu,</i> $\frac{1}{5} \cdot 20 = 4$	<i>z každé trojice úkolů vyřešilo právě dva</i> $\frac{2}{3} \cdot 60 = 40$
Celkem správně spočítání 44 příkladů z 60 zadanych. 80 <i>zadanych příkladů</i>.....100 % 44 <i>správně spočítanych příkladů</i>.....x % $x = \frac{44}{80} \cdot 100$ $x = 55\% \Rightarrow A$		

Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

Kulička z plastelíny má poloměr 1 cm. Z **osmi** takových kuliček byla vytvořena jedna koule.

(CERMAT)

2 body

21 Jaký je poloměr koule?

- A) 8 cm
- B) $4\sqrt{2}$ cm
- C) 4 cm
- D) $2\sqrt{2}$ cm
- E) 2 cm

Řešení úlohy 21

Objem jedné velké kuličky je osmi-násobkem objemu jedné malé.

$$V_v = 8 \cdot V_m$$

$$V_v = 8 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_v = 8 \cdot \frac{4}{3} \pi 1^3$$

$$V_v = \frac{32}{3} \pi$$

Nyní známe objem velké koule a opět dosadíme do vzorečku pro výpočet objemu, abychom vyjádřili hledaný poloměr.

$$V_v = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$\frac{32}{3} \pi = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$32 \pi = 4 \pi r^3$$

$$32 = 4 r^3$$

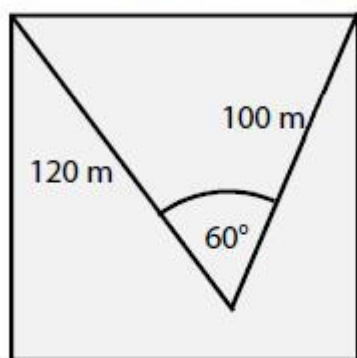
$$r^3 = 8$$

$$r = 2 \text{ cm} \Rightarrow E$$

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Uvnitř čtvercového pozemku se žáci učili obsluhovat měřicí přístroje – teodolit a laserový dálkoměr. Našli si místo, z něhož viděli jednu stranu pozemku pod úhlem 60° . Poté určili vzdálenost tohoto místa od krajních bodů sledované strany (120 m a 100 m).



(CERMAT)

2 body

22 Jaký je obsah čtvercového pozemku?

- A) 11 140 m²
- B) 11 300 m²
- C) 12 400 m²
- D) 12 560 m²
- E) jiný obsah

Řešení úlohy 22

Aby bylo možné spočítat obsah čtvercového pozemku, je nutné znát délku strany čtverce. Tu spočítáme z obecného trojúhelníku a to kosinovou větou.

$$a^2 = 120^2 + 100^2 - 2 \cdot 120 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 12\,400$$

$$a = 20\sqrt{31}$$



$$S = a^2$$

Obsah čtvercového pozemku:

$$S = 12\,400 \Rightarrow C$$

Zadání úlohy 23



23 V trojúhelníku ABC je dáno: $A[4; -3]$, $B[4; 3]$, $C[2; 1]$.

Jaká je vzdálenost vrcholu A od středu S úsečky BC ?

- A) 4
- B) $\sqrt{17}$
- C) 5
- D) $\sqrt{26}$
- E) jiná vzdálenost

Řešení úlohy 23

$$S\left[\frac{4+2}{2}, \frac{3+1}{2}\right]$$

Určíme souřadnice středu úsečky BC :

$$S[3; 2]$$

souřadnice směrového vektoru: $\vec{AS} = S - A = (3 - 4; 2 - (-3)) = (-1; 5)$

velikost směrového vektoru $\vec{AS}$ je: $|\vec{AS}| = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26} \Rightarrow D$

Zadání úlohy 24

2 body

24 Graf reálné funkce s předpisem $y = \log_a x$ prochází bodem $P\left[2; \frac{1}{2}\right]$.

Ve kterém z uvedených intervalů naleznete hodnotu základu a ?

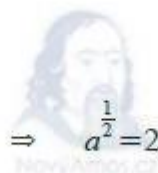
- A) $(5; \infty)$
- B) $(3; 5)$
- C) $(1; 3)$
- D) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$
- E) $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$

Řešení úlohy 24

Abychom zjistili hodnotu základu logaritmu, dosadíme souřadnice bodu P do předpisu logaritmické funkce.

$$y = \log_a x$$

$$\frac{1}{2} = \log_a 2$$


$$\Rightarrow a^{\frac{1}{2}} = 2 \quad |^2$$

$$a = 4 \Rightarrow B$$

Zadání úlohy 25

max. 4 body

25 Přiřadte každé soustavě rovnic (25.1–25.4), kde $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$, množinu všech řešení (A–F) dané soustavy.

25.1 $2x = 0$

$2y - 4 = 2(y - 2)$ _____

25.2 $x - 2y = 4$

$2x - y = 2$ _____

25.3 $-x + 2y - 1 = 0$

$x - 2y = 0$ _____

25.4 $x = y + 2$

$y = x - 2$ _____

A) $\emptyset$

B) $\{[2; 0]\}$

C) $\{[0; 2]\}$

D) $\{[0; -2]\}$

E) $\{[0; y], y \in \mathbf{R}\}$

F) jiná množina

Řešení úlohy 25

$$\begin{array}{lcl}
 2x=0 & & \\
 x=\frac{0}{2} & & x=0 \\
 25.1 \quad 2x=0 & & y \in R \\
 2y-4=2(y-2) & & \\
 2y-4=2y-4 & & \\
 0=0 \Rightarrow y \in R & & K=[0; y], y \in R \Rightarrow E
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 x-2y=4 & & 0-2y=4 \\
 25.2 \quad x-2y=4 & -4x+2y=-4 & x=0 \\
 2x-y=2 & -3x=0 & y=-2 \\
 & x=0 & K=[0; -2] \Rightarrow D
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 -x+2y-1=0 & -1=0 & \\
 25.3 \quad x-2y=0 & \Rightarrow \emptyset & K=\emptyset \Rightarrow A
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 x=y+2 & x-y=2 & x=R \\
 25.4 \quad y=x-2 & -x+y=-2 & y=R \\
 0=0 \Rightarrow x, y \in R & & K=[x; y], x, y \in R \Rightarrow F
 \end{array}$$

Zadání úlohy 26

26 Přiřadte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (26.1–26.3) následující člen (A–E).

26.1 Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$ _____

26.2 Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$ _____

26.3 Geometrická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$ _____

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{8}{3}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{7}{6}$

Řešení úlohy 26

6.1 $a_1 = -\frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{1}{2}$
 $d = a_2 - a_1 = 1 \Rightarrow a_3 = a_2 + d$
 $a_3 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow A$

6.2 $a_1 = \frac{1}{6}$

$a_2 = \frac{2}{3}$
 $d = a_2 - a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a_3 = a_2 + d$
 $a_3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6} \Rightarrow E$

6.3 $a_1 = \frac{1}{6}$

$a_2 = \frac{2}{3}$
 $q = \frac{a_2}{a_1} = 4 \Rightarrow a_3 = a_2 \cdot q$
 $a_3 = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} \Rightarrow C$

Všechny didaktické maturitní testy z matematiky pohromadě on-line a zdarma:

testy 2016 | testy 2015 | testy 2014 | testy 2013 | testy

2012 | testy 2011 | testy 2010

Řešení a postup didaktických testů z matematiky 2014 pro všechny maturanty připravil Nový Amos. Zadání didaktických testů z matematiky 2014 publikovány s písemným souhlasem Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání (CZVV), další šíření a publikování materiálů oficiálního webu novamaturita.cz podléhá autorskému zákonu.

Tweet

To se mi líbí 4