

DŮLEŽITÉ VZORCE K MATURITĚ

MNOŽINY: (1. ročník)

- **průnik:** $A \cap B$
- **sjednocení:** $A \cup B$

ABSOLUTNÍ HODNOTA: (1. ročník)

- $|-a| = a$
- $|a - b| = |b - a|$

PRAVIDLA PRO MOCNINY: (1. ročník)

- $(\text{cokoliv})^0 = 1$
- $1^{(\text{na cokoliv})} = 1$
- $a^1 = a$
- $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$
- $a^r : a^s = a^{r-s}$ $a \neq 0$
- $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$
- $(ab)^r = a^r b^r$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n : b^n$ $b \neq 0$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $a \neq 0, b \neq 0$
- $\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}$ $b \neq 0$
- $a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$ $a > 0, r \in \mathbb{Z}, s \in \mathbb{N}$

PRAVIDLA PRO ODMOCNINY: (1. ročník)

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $b \neq 0$
- $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$
- $a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3 b}$
- $(\sqrt[n]{a})^s = \sqrt[n]{a^s}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$

UMOCŇOVÁNÍ MNOHOČLENŮ: (1. ročník)

- $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
- $(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$
- $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
- $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
- $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$
- $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
- $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$
- $(A + B)^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$
- $(A - B)^4 = A^4 - 4A^3B + 6A^2B^2 - 4AB^3 + B^4$

LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE: (1. ročník)

- $ax + b = 0$
- $ax + b \geq 0$ $(>; \geq; <; \leq)$

FUNKCE: (1. a 2. ročník)

- $y = f(x)$
- Lineární funkce: $f: y = ax + b$
- Konstantní funkce: $f: y = b$
- Přímá úměrnost: $f: y = ax$
- Nepřímá úměrnost: $f: y = \frac{k}{x}$
- Lineární lomená funkce: $f: y = \frac{ax+b}{cx+d}$
- Kvadratická funkce: $f: y = ax^2 + bx + c$
- Mocninné funkce: $f: y = x^n$
- Inverzní funkce: k prosté funkci f je funkce f^{-1}
- Exponenciální funkce: $f: y = a^x$
- Logaritmická funkce: $f: y = \log_a x$
- Funkce sinus: $f: y = \sin x$
- Funkce kosinus: $f: y = \cos x$
- Funkce tangens: $f: y = \operatorname{tg} x$
- Funkce kotangens: $f: y = \operatorname{cotg} x$

PŘÍMKA

PŘÍMKA rovnoběžná s osou x

PŘÍMKA procházející počátkem

ROVNOOŠÁ HYPERBOLA

HYPERBOLA

PARABOLA

EXPONENCIÁLA

LOGARITMICKÁ KŘIVKA

SINUSOIDA

KOSINUSOIDA

TANGENTOIDA

KOTANGENTOIDA

KVADRATICKÉ ROVNICE A NEROVNICE: (1. ročník)

- $ax^2 + bx + c = 0$
- přes diskriminant $D = b^2 - 4ac$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ $a \neq 0$
- pomocí Vietových vzorců $x^2 + px + q = 0$
 $-p = x_1 + x_2$
 $q = x_1 \cdot x_2$
- součinný tvar $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$

PLANIMETRIE: (2. ročník)

- Pythagorova věta: $c^2 = a^2 + b^2$
- Euklidova věta o výšce: $v^2 = c_a \cdot c_b$
- Euklidova věta o odvěsně: $a^2 = c \cdot c_a$
 $b^2 = c \cdot c_b$
- obvod trojúhelníku: $o = a + b + c$
- obsah trojúhelníku: $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot v_a$
- obvod čtverce: $o = 4a$
- obsah čtverce: $S = a^2$
- obvod obdélník: $o = 2(a + b)$
- obsah obdélník: $S = ab$
- obvod lichoběžník: $o = a + b + c + d$
- obsah lichoběžník: $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- obvod kosočtverec: $o = 4a$
- obsah kosočtverec: $S = a \cdot v$
- obvod kosodélník: $o = 2(a + b)$
- obsah kosodélník: $S = a \cdot v_a$
- obvod prav. n-úhelníka: $o = n \cdot a$
- obsah prav. n-úhelníka: $S = n \cdot S_{\Delta}$
- součet vnitřních úhlů: $(n - 2) \cdot 180^\circ$
- počet úhlopříček: $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$
- vnější úhel (středový): $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$
- obvod kruhu: $o = 2\pi r$
- obsah kruhu: $S = \pi r^2$
- obsah mezikruží: $S = \pi(r_1^2 - r_2^2)$

GONIOMETRICKÉ FUNKCE V PRAVOÚHLÉM TROJÚHELNÍKU: (2. ročník)

- $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $c \neq 0$
- $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $c \neq 0$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $b \neq 0$
- $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$ $a \neq 0$

EXPONENCIÁLNÍ A LOGARITMECKÉ FUNKCE A ROVNICE: (2. ročník)

- $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $a^x = a^y \Rightarrow x = y$ $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$
- $\log_a(r \cdot s) = \log_a r + \log_a s$
- $\log_a\left(\frac{r}{s}\right) = \log_a r - \log_a s$ $s \neq 0$
- $\log_a r^s = s \cdot \log_a r$
- $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$ $x, y \in \mathbb{R}^+$

LOGARITMOVÁNÍ: $a^y = x$ na tvar $y = \log_a x$

ODLOGARITMOVÁNÍ: $y = \log_a x$ na tvar $a^y = x$

GONIOMETRICKÉ FUNKCE: (3. ročník)

- $\frac{\alpha^\circ}{180^\circ} = \frac{\alpha [\text{rad}]}{\pi}$
- $\alpha = \frac{\alpha^\circ}{180^\circ} \cdot \pi$
- $\alpha^\circ = \frac{\alpha}{\pi} \cdot 180^\circ$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha}$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

GONIOMETRICKÉ VZORCE:

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $x \in \mathbb{R}$
- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$
- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1$ $x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

SOUČTOVÉ VZORCE:

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$
- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$
- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$
- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

TRIGONOMETRIE: (3. ročník)

SINOVÁ VĚTA:

- $2r = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
- $\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$
- $\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$
- $\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$
- $a = b \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$
- $a = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$
- $b = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$
- $b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$
- $c = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$
- $c = b \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$
- $\sin \alpha = \sin \beta \cdot \frac{a}{b}$
- $\sin \alpha = \sin \gamma \cdot \frac{a}{c}$
- $\sin \beta = \sin \alpha \cdot \frac{b}{a}$
- $\sin \beta = \sin \gamma \cdot \frac{b}{c}$
- $\sin \gamma = \sin \alpha \cdot \frac{c}{a}$
- $\sin \gamma = \sin \beta \cdot \frac{c}{b}$

KOSINOVÁ VĚTA:

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$
- $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
- $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$
- $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

OBSAH TROJÚHELNÍKA:

- $S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \gamma$

HERONŮV VZOREC:

- $S = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$
- $s = \frac{a+b+c}{2}$

STEREOMETRIE: (3. ročník)

- objem krychle: $V = a^3$
- povrch krychle: $S = 6a^2$
- tělesová úhlopříčka krychle: $u_t = a \cdot \sqrt{3}$
- stěnová úhlopříčka krychle: $u_s = a \cdot \sqrt{2}$
- objem kvádru: $V = abc$
- povrch kvádru: $S = 2(ab + ac + bc)$
- tělesová úhlopříčka kvádru: $u_t = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
- stěnová úhlopříčka kvádru: $u_s = \sqrt{a^2 + b^2}$
- objem pravidelného hranolu: $V = Sp \cdot v$
- povrch pravidelného hranolu: $S = 2Sp + Spl$
- objem válce: $V = \pi r^2 \cdot v$
- povrch válce: $S = 2\pi r(r + v)$
- tělesová úhlopříčka válce: $u_t = \sqrt{v^2 + d^2}$
- podstava válce: $S_p = \pi r^2$
- plášť válce: $S_{pl} = 2\pi r \cdot v$
- obsah kruhu: $S = \pi r^2$
- obvod kruhu: $o = 2\pi r$
- objem jehlanu: $V = \frac{1}{3} \cdot Sp \cdot v$
- povrch jehlanu: $S = Sp + n \cdot S_\Delta$
- plášť jehlanu: $S_{pl} = n \cdot \frac{a \cdot v_a}{2}$
- objem prav. čtyřbokého jehlanu: $V = \frac{a^2 \cdot v}{3}$
- povrch prav. čtyřbokého jehlanu: $S = a^2 + 4 \cdot S_\Delta$
- obsah trojúhelníku: $S_\Delta = \frac{a \cdot v_a}{2}$
- výška na stranu a : $v_a = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$
- úhlopříčka čtverce: $u = \sqrt{2 \cdot a^2} = a \cdot \sqrt{2}$
- výška jehlanu: $v = \sqrt{b^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2}$
- výška na stranu a : $v_a = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$
- polovina úhlopříčky: $\frac{u}{2} = \sqrt{b^2 - v^2}$
- strana jehlanu: $a = \sqrt{\frac{u^2}{2}} = \frac{u \cdot \sqrt{2}}{2}$
- objem komolého jehlanu: $V = \frac{v}{3} (Sp_1 + \sqrt{Sp_1 \cdot Sp_2} + Sp_2)$
- povrch komolého jehlanu: $S = Sp_1 + Sp_2 + Spl$
- plášť komolého jehlanu: $S_{pl} = n \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot v_a$
- objem kužele: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$
- povrch kužele: $S = \pi r^2 + \pi rs$
- plášť kužele: $S_{pl} = \pi rs$
- strana kužele: $s = \sqrt{v^2 + r^2}$
- výška kužele: $v = \sqrt{s^2 - r^2}$
- poloměr kužele: $r = \sqrt{s^2 - v^2}$
- výška kužele jinak: $v = s \cdot \sin \varphi$
- objem komolého kužele: $V = \frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
- povrch komolého kužele: $S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi (r_1 + r_2) s$
- strana komolého kužele: $s = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$
- objem koule: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$
- povrch koule: $S = 4\pi r^2$
- objem polokoule: $V = \frac{2\pi r^3}{3}$
- povrch polokoule: $S = 2\pi r^2$ (bez podstavy)

- **povrch polokoule:** $S = 3\pi r^2$ (s podstavou)
- **poloměr z objemu:** $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$
- **poloměr z povrchu:** $r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
- **objem kulové úseče:** $V = \frac{1}{6}\pi v(3r_1^2 + v^2)$
- **povrch vrchlíku:** $S = 2\pi r v$
- **povrch kulové úseče:** $S = 2\pi r v + \pi r_1^2$
- **objem kulové vrstvy:** $V = \frac{1}{6}\pi v(3r_1^2 + 3r_2^2 + v^2)$
- **povrch kulového pásu:** $S = 2\pi r v$
- **povrch kulové vrstvy:** $S = 2\pi r v + \pi(r_1^2 + r_2^2)$
- **objem kulové výseče:** $V = \frac{2}{3}\pi r^2 v$
- **povrch kulové výseče:** $S = 2\pi r v + \pi r r_1$

KOMBINATORIKA: (3. ročník)

- **Variace bez opakování:** $V_k n = \frac{n!}{(n-k)!}$
- **Permutace bez opakování:** $P_n = n!$
- **Kombinace bez opakování:** $K_k n = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$

VLASTNOSTI KOMBINAČNÍCH ČÍSEL:

- $\binom{n}{0} = \frac{n!}{(n-0)!0!} = 1$
- $\binom{n}{1} = \frac{n!}{(n-1)!1!} = n$
- $\binom{n}{n} = \frac{n!}{(n-n)!n!} = 1$
- $\binom{0}{0} = \frac{0!}{0!0!} = 1$
- $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$
- $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
- $\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \binom{k+2}{k} + \dots + \binom{k+n}{k} = \binom{k+n+1}{k+1}$
- **Binomická věta:** $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k$
- **Binomický rozvoj:** $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + b^n$
- **Variace s opakováním:** $V'(k, n) = n^k$

PRAVDĚPODOBNOST: (3. ročník)

- $P_{(A)} = \frac{|A|}{|\omega|}$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

STATISTIKA: (3. ročník)

- **relativní četnost:** $v_j = \frac{n_j}{n}$
- **aritmetický průměr:** $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- **rozptyl:** $s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$
- **směrodatná odchylka:** $s_x = \sqrt{s_x^2}$

POSLOUPNOSTI: (4. ročník)

- nekonečná: $(a_n)_{n=1}^{\infty}$
- konečná: $(a_n)_{n=1}^k$

ARITMETICKÁ POSLOUPNOST:

- $a_{n+1} = a_n + d$
- $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$
- $S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$
- $d = a_{n+1} - a_n$
- $a_s = a_r + (s - r)d$

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST:

- $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$
- $a_{n+1} = a_n \cdot q$
- $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
- $a_s = a_r \cdot q^{s-r}$
- $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

FINANČNÍ MATEMATIKA: (4. ročník)

- složené úrokování: (při 15% zdanění)
- inflace: (po n letech)
- splácení dluhu: (jedna splátka)

$$I = I_0 \left(1 + \frac{p}{100} \cdot 0,85\right)^n$$
$$I = \frac{I_0}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$
$$S = \frac{D \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot \frac{p}{100}}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1}$$

ANALYTICKÁ GEOMETRIE: (4. ročník)

- vzdálenost bodů:
- střed úsečky:
- velikost vektoru:
- součet vektorů:
- rozdíl vektorů:
- násobení vektoru číslem:
- skalární součin vektorů:
- úhel vektorů (odchylka dvou přímek):
- kolmost vektorů:
- parametrické vyjádření přímky:
- obecná rovnice přímky:
- vzdálenost bodu od přímky:
- směrnicový tvar přímky:
- směrnice:
- úsekový tvar přímky:

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$
$$S \left[\frac{a_1 + b_1}{2}; \frac{a_2 + b_2}{2} \right]$$
$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$
$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2)$$
$$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2)$$
$$k \cdot \vec{u} = (k \cdot u_1; k \cdot u_2)$$
$$\vec{u}\vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2$$
$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$
$$\vec{u}\vec{v} = 0$$
$$X = A + t \cdot \vec{u}$$
$$ax + by + c = 0$$
$$d = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$
$$y = kx + q$$
$$k = \frac{u_2}{u_1}$$
$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$