

### Parametrické vyjádření přímky

#### SMĚROVÝ VEKTOR:

- Vektor  $\vec{u} = B - A$  se nazývá **směrový vektor** přímky  $AB$ .

#### PARAMETRICKÉ VYJÁDŘENÍ PŘÍMKY:

- Rovnice  $X = A + t\vec{u}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , se nazývá **parametrická rovnice** nebo také **parametrické vyjádření** přímky určené bodem  $A$  a vektorem  $\vec{u}$ . Proměnná  $t$  se nazývá **parametr**.

#### VYJÁDŘENÍ POLOPŘÍMKY, ÚSEČKY A OPAČNÉ POLOPŘÍMKY:

- POLOPŘÍMKA  $AB$** : parametr  $t \in \langle 0; \infty \rangle$
- ÚSEČKA  $AB$** : parametr  $t \in \langle 0; 1 \rangle$
- OPAČNÁ POLOPŘÍMKA K  $AB$** : parametr  $t \in (-\infty; 0]$

**Příklad 1:** Určete číslo  $p$  tak, aby vektor  $\vec{v}$  byl směrovým vektorem přímky  $AB$ .

- $A[1; 3], B[-1; 2], \vec{v} = (3; p)$
- $A[-1; 1], B[2; 3], \vec{v} = (1 + p; 2 - p)$
- $A\left[\frac{2}{3}; 1\right], B\left[-1; -\frac{1}{3}\right], \vec{v} = (2p - 1; 2 + p)$

**Příklad 2:** Zjistěte, zda bod  $C$  leží na přímce  $AB$ .

- $A[1; 2], B[-1; 3], C[5; 0]$
- $A[3; 1], B[1; 5], C[-1; 2]$
- $A[1; 6], B[-2; 3], C[2; -1]$

**Příklad 3:** Volte číslo  $p$  tak, aby bod  $C$  ležel na přímce  $AB$ . Zjistěte, zda tento bod leží na polopřímce  $AB$ . Popřípadě na úsečce  $AB$ .

- $A[-2; -1], B[1; 3], C[2p - 1; p - 3]$
- $A[2; -1], B[4; 5], C[p - 3; -1 - 2p]$
- $A[3; 5], B[1; 0], C[2p - 1; 4p]$
- $A[2; 5], B[5; -7], C[2p + 1; -3p + 4]$
- $A[1; 3], B[2; 4], C[2p; 4p - 2]$
- $A[-1; 3], B[1; 1], C[p + 1; -p]$

**Příklad 4:** Určete těžiště trojúhelníku o vrcholech  $A[1; 1], B[3; -1], C[2; 3]$ .

**Příklad 5:** Jsou dány body  $A[2; -3], B[-1; -2]$ . Napište

- parametrické vyjádření úsečky  $AB$ ,
- parametrické vyjádření polopřímky  $AB$ ,
- parametrické vyjádření polopřímky opačné k polopřímce  $AB$ ,
- parametrické vyjádření polopřímky  $BA$ .

**Příklad 6:** Přímka  $p$  je dána parametrickým vyjádřením

$$x = -1 + 3t, y = 5 - 2t; t \in \mathbb{R}.$$

Určete body přímky  $p$  pro  $t = 0; 1; -3; \frac{1}{2}; -\frac{2}{3}$ .

**Příklad 7:** Určete reálné číslo  $a$  tak, aby přímka  $p$  procházela bodem  $A$ :

- $p: x = 3 + t, y = a - 5t; t \in \mathbb{R}, A[1; 3]$
- $p: x = 2a + 3 - 4t, y = 5 + 3t; t \in \mathbb{R}, A[-3; 2]$

## Vzájemná poloha přímek daných parametrickými rovnicemi

### ROVNOBĚŽNÉ:

- Dvě přímky  $p(P, \vec{u})$  a  $q(Q, \vec{v})$  jsou spolu rovnoběžné právě tehdy, je-li vektor  $\vec{v}$  násobkem vektoru  $\vec{u}$ .

**Příklad 1:** Zjistěte, zda přímky  $p(P, \vec{u})$  a  $q(Q, \vec{v})$  jsou spolu rovnoběžné.

- $P[2; 3], \vec{u} = (1; -2), Q[1; 0], \vec{v} = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$
- $P[1; 0], \vec{u} = (2; 3), Q[1; 1], \vec{v} = (1; -1)$
- $P[2; -1], \vec{u} = (-1; 3), Q[0; 5], \vec{v} = (2; -6)$

### TOTOŽNÉ:

- Dvě přímky  $p(P, \vec{u})$  a  $q(Q, \vec{v})$  jsou totožné právě tehdy, jsou-li rovnoběžné a leží-li bod  $Q$  na přímce  $p$ .
- Bod  $Q$  leží na přímce  $p(P, \vec{u})$  právě tehdy, je-li vektor  $Q - P$  násobkem vektoru  $\vec{u}$ .

**Příklad 2:** Zjistěte, zda rovnoběžky z příkladu 1 jsou totožné.

### RŮZNOBĚŽNÉ:

- V tomto případě budeme počítat jejich průsečík.
- POZOR!** Průsečík dvou různoběžek neodpovídá stejným hodnotám parametru. Nezapomeňte proto označit hodnoty parametru různými písmeny, tj. psát např.  $X = P + t\vec{u}, X = Q + s\vec{v}$ .
- Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých pro hodnoty parametrů  $t, s$ .
- Dosazení hodnoty parametru do parametrické rovnice přímky

**Příklad 3:** Jsou dány přímky  $p(P, \vec{u})$  a  $q(Q, \vec{v})$ , kde  $P[4; 0], \vec{u} = (1; -1), Q[-1; 2], \vec{v} = (2; 1)$ .  
Určete jejich průsečík  $X$ .

**Příklad 4:** Zjistěte vzájemnou polohu přímek  $p(P, \vec{u})$  a  $q(Q, \vec{v})$ . Jsou-li to různoběžky, určete jejich průsečík  $R$ .

- $P[1; 2], \vec{u} = (2; -3), Q[0; 1], \vec{v} = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$
- $P[3; 2], \vec{u} = (2; -1), Q[-1; 1], \vec{v} = (1; 1)$
- $P\left[\frac{3}{2}; 1\right], \vec{u} = (-1; 2), Q[-1; 6], \vec{v} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$

**Příklad 5:** V parametrickém vyjádření přímky  $p: x = 2 + t, y = 1 + a - 2t, t \in R$ , volte číslo  $a \in R$  tak, aby přímka  $p$ , procházela průsečíkem přímek  $p(P, \vec{u})$  a  $q(Q, \vec{v})$ , kde  $P[1; 3], \vec{u} = (-1; 2), Q[1; 4], \vec{v} = (2; -3)$ .

**Příklad 6:** Určete vzájemnou polohu přímek  $p(A, \vec{u})$  a  $q(B, \vec{v})$ , je-li dáno:

- $A[3; -1], \vec{u} = (-2; 1), B[4; -2], \vec{v} = (1; -2)$
- $A[5; 2], \vec{u} = (6; -9), B[3; 5], \vec{v} = (-1; 1,5)$
- $A[1; -2], \vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 3\right), B[2; 4], \vec{v} = \left(\frac{1}{3}; 2\right)$
- $A[7; -4], \vec{u} = (-2; 3), B[3; -2], \vec{v} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right)$

**Příklad 7:** Určete vzájemnou polohu přímek  $p, q$ , s parametrickými vyjádřeními:

- $p: x = 3 - 2t, y = 4 + 3t; t \in R$   
 $q: x = 6 + 3s, y = -0,5 - 4,5s; s \in R$
- $p: x = 1 + 4t, y = -t; t \in R$   
 $q: x = 3 - 12s, y = -2 + 3s; s \in R$
- $p: x = -1 + t, y = 5 - 3t; t \in R$   
 $q: x = 5 - 3s, y = -1 + s; s \in R$

**Příklad 8:** Přesvědčte se, že přímky  $p, q$  jsou různoběžné, a určete jejich průsečík:

- a)  $p: x = 2 - 3t, y = -5 + 2t; t \in R$   
 $q: x = 6 + 5s, y = 3 + 2s; s \in R$
- b)  $p: x = 5 - 4t, y = -1 + 6t; t \in R$   
 $q: x = -7 - 5s, y = 8 + 3s; s \in R$
- c)  $p: x = 3 + 5t, y = 2 - 7t; t \in R$   
 $q: x = 1 - s, y = 2s; s \in R$
- d)  $p: x = -1 - \frac{1}{3}t, y = 3 + t; t \in R$   
 $q: x = 1 - 2s, y = -2 + 3s; s \in R$

**Příklad 9:** Určete, pokud existuje, průsečík přímky  $p$  a úsečky  $AB$ :

- a)  $p: x = 5 - 3t, y = -6 + 2t; t \in R, A[3; -8], B[-9; 10]$
- b)  $p: x = 3 + 4t, y = 5 - 6t; t \in R, A[5; -7], B[3; -4]$
- c)  $p: x = -7 + 4t, y = 8 - 5t; t \in R, A[4; -5], B[3; -3]$

**Příklad 10:** Určete reálné číslo  $m$  tak, aby přímky  $p, q$  byly rovnoběžné:

- a)  $p: x = 7 - mt, y = -3 - 2t; t \in R$   
 $q: x = 2 + 3s, y = 1 - 9s; s \in R$
- b)  $p: x = 3 - \frac{1}{3}t, y = 1 + \frac{1}{2}t; t \in R$   
 $q: x = 5 - 4s, y = -2 + ms; s \in R$

**Příklad 11:** Určete reálné číslo  $a$  tak, aby přímka s parametrickým vyjádřením  $x = 5 - 6t, y = a + 2t; t \in R$ , procházela průsečíkem přímek  $p, q$ :

- a)  $p: x = 2 - s, y = 1 + 2s; s \in R$   
 $q: x = -1 + 3r, y = -1 - 2r; r \in R$
- b)  $p: x = 3 + 2s, y = -4 - 3s; s \in R$   
 $q: x = 11 + 4r, y = -13 - 5r; r \in R$

### DALŠÍ PŘÍKLADY:

- 1) Zjistěte, zda bod  $C$  leží na polopřímce  $AB$ . Popřípadě na úsečce  $AB$ .
- $A[8; -3], B[5; 2], C[2; 7]$
  - $A[3; -2], B[7; 6], C[-1; -10]$
  - $A[-1; 2], B[3; 5], C\left[1; \frac{7}{2}\right]$
  - $A[-4; 1], B[6; -4], C[2; -2]$
  - $A[3; -2], B[7; 6], C[4; 0]$
  - $A[6; 3], B[4; -1], C\left[\frac{11}{2}; 2\right]$
- 2) Jsou dány body  $A[-7; 1], B[-2; 4]$ . Napište
- parametrické vyjádření úsečky  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky opačné k polopřímce  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky  $BA$ .
- 3) Jsou dány body  $A[5; -4], B[8; 3]$ . Napište
- parametrické vyjádření úsečky  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky opačné k polopřímce  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky  $BA$ .
- 4) Jsou dány body  $A[-3; -7], B[6; -2]$ . Napište
- parametrické vyjádření úsečky  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky opačné k polopřímce  $AB$ ,
  - parametrické vyjádření polopřímky  $BA$ .
- 5) Zjistěte vzájemnou polohu přímk  $p(A, \vec{u})$  a  $q(B, \vec{v})$ . Jsou-li různoběžky, určete jejich průsečík  $R$ .
- $A[4; -5], \vec{u} = (3; -1), B[1; 2], \vec{v} = (-6; 2)$
  - $A[3; 1], \vec{u} = (4; 2), B[-1; -1], \vec{v} = (-1; 3)$
  - $A[1; 2], \vec{u} = \left(\frac{2}{3}; -2\right), B[7; -16], \vec{v} = (3; -9)$
  - $A[5; 6], \vec{u} = \left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right), B[2; 7], \vec{v} = (-6; 4)$
  - $A[-2; 5], \vec{u} = (9; 6), B[4; 9], \vec{v} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$
  - $A[-4; -1], \vec{u} = (6; -3), B[4; 7], \vec{v} = (2; 5)$
- 6) Určete vzájemnou polohu přímk  $p, q$ , s parametrickými vyjádřeními:
- $p: x = 6 + 2t, y = 4 - t; t \in R$   
 $q: x = 4 + 1s, y = -2 + 3s; s \in R$
  - $p: x = 5 - 2t, y = -1 + 4t; t \in R$   
 $q: x = 2 - 3s, y = 3 + 6s; s \in R$
  - $p: x = 1 - 3t, y = 2 - 2t; t \in R$   
 $q: x = -8 + s, y = -4 + \frac{2}{3}s; s \in R$