

ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

- **OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY**

VII.

OBEČNÁ ROVNICE PŘÍMKY

Rovnice $ax + by + c = 0$, kde alespoň jedno z čísel a, b je nenulové, se nazývá obecná rovnice přímky.

Čísla a, b jsou souřadnice **normálového vektoru** $\vec{n} = (a; b)$ této přímky, číslo c získáme dosazením libovolného bodu přímky do rovnice.

Příklad 1: Urči obecnou rovnici přímky CD , $C[2; 2]$, $D[-1; 3]$.

Postup:

1. Směrový vektor: $\vec{u} = D - C = (-3; 1)$
2. Normálový vektor: $\vec{n} = (a; b) = (1; 3)$
3. Do obecné rovnice přímky: $ax + by + c = 0$ dosadíme normálový vektor a bod C .
4. Hledáme koeficient c : $1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = -8$
5. **Obecná rovnice přímky:** $1x + 3y - 8 = 0$.

Poznámka: pokud bychom dosadili bod D , musel by být výsledek stejný:

Zkusíme: $1 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = -8$

Příklad 2: Najdi obecnou rovnici přímky q dané body $C[2; 3]$ a $D[-1; -3]$.
Rozhodni, zda na přímce leží body $E[1; 1]$ a $F[-3; -6]$.
Urči druhou souřadnici bodu $G[3; y]$ tak, aby ležel na přímce q .

Postup:

1. Určíme směrový vektor: $\vec{u} = D - C = (-3; -6)$
2. Zapišeme normálový vektor: $\vec{n} = (6; -3)$
3. Zapišeme obecnou rovnici přímky q určené bodem C a normálovým vektorem $\vec{n}$:

Obecná rovnice přímky: $ax + by + c = 0$

dosadíme bod C i vektor $\vec{n}$: $6 \cdot 2 + (-3) \cdot 3 + c = 0$ vypočteme $c = -3$

4. **Obecná rovnice přímky q :** $6x - 3y - 3 = 0$

lze zkrátit **$2x - y - 1 = 0$**

5. **Bod $E[1; 1]$** leží na přímce q , pokud vyhovuje dané rovnici, proto ho dosadíme do rovnice:

$$2x - y - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - 1 = 0 \Rightarrow \mathbf{0 = 0}$$

Výsledek rovnice $\mathbf{0 = 0}$ znamená, že bod E vyhovuje přímce $q \Rightarrow \mathbf{\text{bod } E \text{ leží na přímce } q}$.

6. Nyní **bod $F[-3; -6]$** :

$$2x - y - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot (-3) - 1 \cdot (-6) - 1 = 0 \Rightarrow \mathbf{-1 = 0}$$

Z rovnice je zřejmé $\Rightarrow$ bod F nevyhovuje rovnici přímky $q \Rightarrow \mathbf{\text{bod } F \text{ neleží na přímce } q}$.

7. Dosadíme **bod $G[3; y]$** tak, že do obecné rovnice dosadíme x -ovou souřadnici bodu G a vypočteme y .

$$2x - y - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 3 - y - 1 = 0 \Rightarrow -y = -5$$

$$y = 5$$

Bod G má souřadnice $G[3; 5]$.

Příklad 3: Najdi obecnou rovnici přímky r , která prochází bodem $H[-1; 2]$ a je kolmá na přímku q zadanou body $A[2; 3]$ a $B[-1; -3]$.

Postup:

1. Do obecné rovnice potřebujeme bod a normálový vektor, který je právě vektor $\vec{u}$.

$$\vec{u} = B - A = (-3; -6) \qquad \vec{n} = \vec{u}$$

2. Do obecné rovnice kolmice r : $ax + by + c = 0$

dosadíme vektor $\vec{n} = \vec{u}$ a bod H : $(-3) \cdot (-1) + (-6) \cdot 2 + c = 0$

a vypočítáme c : $c = 9$

3. Výsledná rovnice: $-3x - 6y + 9 = 0$

lze ji upravit na tvar

$$1x + 2y - 3 = 0$$

Příklad 4: Jsou dány body $A[-1; 0]$, $B[2; -4]$ a $C[3; -2]$.
Najdi přímku p , která prochází bodem C a je rovnoběžná s přímkou AB .
Zjisti, zda leží na přímce p bod $D[-3; 6]$?

Postup:

1. Do obecné rovnice přímky potřebujeme bod a normálový vektor.
Máme bod $C[3; -2]$ a potřebujeme vektor kolmý na vektor přímky AB .

$$\vec{u} = AB = B - A = (3; -4), \quad \vec{n} = (4; 3)$$

2. Tento bod a vektor dosadíme do obecné rovnice přímky:

$$ax + by + c = 0, \quad 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) + c = 0, \quad c = -6$$

3. Výsledná rovnice : **$4x + 3y - 6 = 0$**

4. Dosadíme **bod $D[-3; 6]$** : $4 \cdot (-3) + 3 \cdot 6 - 6 = 0$
 $0 = 0$

$\Rightarrow$ bod D leží na přímce p .