

ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

VEKTOR

- **VELIKOST VEKTORU**
- **VZDÁLENOST BODŮ**

II.

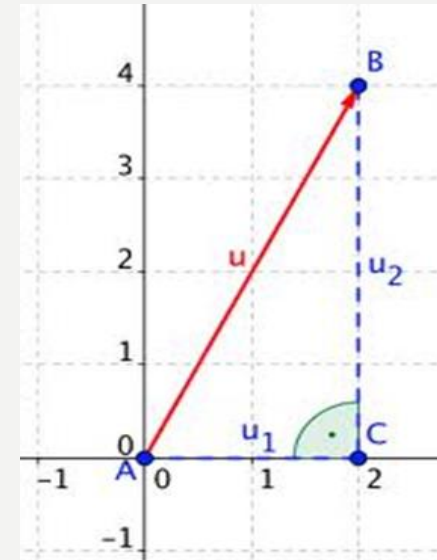
VEKTOR - VELIKOST

Velikost vektoru je *vzdálenost jeho krajních bodů*.

Jestliže známe souřadnice vektorů, můžeme vypočítat jeho složky u_1 ; u_2 a pak jejich velikost.

Podle *Pythagorovy věty* vypočítáme:

$$\sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



Obecně platí: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Příklad: Vypočítejte velikost vektoru $|\vec{u}|$ zadaného body $A[2; 1]$ a $B[6; 5]$.

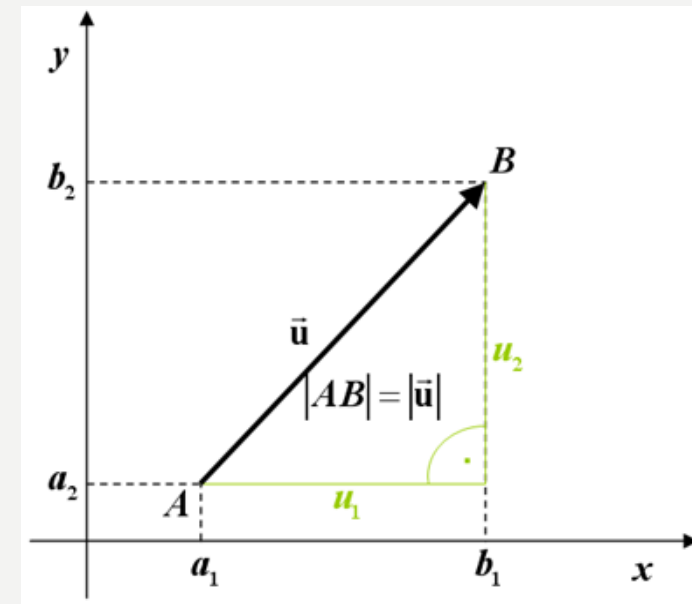
Postup:

1. Vypočítáme vektor $\mathbf{AB}$

$$\vec{u} = \mathbf{AB} = B - A$$

$$\vec{u} = (6 - 2; 5 - 1)$$

$$\vec{u} = (4; 4)$$



2. Podle Pythagorovy věty vypočítáme:

$$|\vec{u}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

VELIKOST VEKTORU - ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1: Vypočítejte vzdálenost bodů $C[3; 3]$ a $D[2; -1]$.

Řešení: $CD = (2 - 3; -1 - 3)$

Zapíšeme vektor $CD = (-1; -4)$

Vypočítáme jeho velikost (to je vzdálenost bodů CD):

$$|CD| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2}$$

$$|CD| = \sqrt{17}$$

Příklad 2: Vypočítejte velikost vektoru $\vec{u} = (-6; 4)$

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{36 + 16}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{52}$$

$$|\vec{u}| = 2\sqrt{13}$$

Příklad 3: Jsou dány body $E[1; 3]$, $F[-1; x]$. Určete číslo x tak, aby $|EF| = 2$.

Řešení:

$$EF = (-1 - 1; x - 3)$$

$$EF = (-2; x - 3)$$

$$|EF| = \sqrt{(-2)^2 + (x - 3)^2}$$

$$2 = \sqrt{4 + x^2 - 6x + 9}$$

$$2 = \sqrt{x^2 - 6x + 13} \quad /^2$$

$$4 = x^2 - 6x + 13$$

$$0 = x^2 - 6x + 9$$

$$0 = (x - 3)(x - 3)$$

$$x = 3$$

Příklad 4: Porovnejte velikosti a směr vektorů $\vec{u} = (-4; 3)$ a $\vec{v} = (4; -3)$. Jsou tyto vektory shodné?

Řešení:

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{25}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{25}$$

$$|\vec{u}| = 5$$

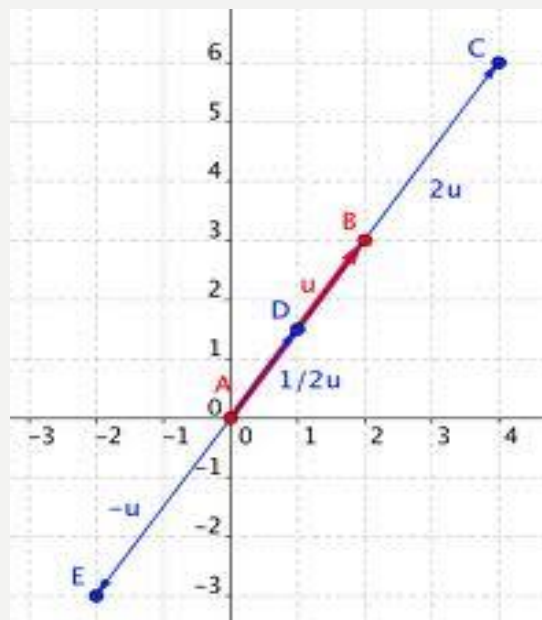
$$|\vec{v}| = 5$$

Vektory mají stejnou velikost, ale nemají stejný směr, proto nejsou shodné.

Vektory nazýváme OPAČNÉ.

OPAČNÝ VEKTOR

Opačný vektor $-\vec{u}$ k danému vektoru $\vec{u}$ je vektor, který má stejnou velikost, ale je s daným vektorem nesouhlasně rovnoběžný.



Je-li zadán vektor $\vec{u} = (2; 3)$, pak opačný vektor k danému vektoru označíme $-\vec{u} = (-2; -3)$.

Zapišeme x-ové a y-ové složky opačným číslem.

Příklad 5: Vypočítejte obvod trojúhelníku ABC , kde $A[-2; 2]$, $B[5; -3]$, $C[4; 3]$. Rozhodněte, zda je pravoúhlý.

Řešení:

1. Zjistíme vektory:

$$AB = (7; -5)$$

$$BC = (-1; 6)$$

$$CA = (-6; -1)$$

2. Vypočteme velikost vektorů:

$$|AB| = \sqrt{7^2 + (-5)^2} = \sqrt{74}$$

$$|BC| = \sqrt{(-1)^2 + 6^2} = \sqrt{37}$$

$$|CA| = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{37}$$

3. Vypočítáme obvod:

$$o = a + b + c$$

$$o = \sqrt{74} + \sqrt{37} + \sqrt{37}$$

$$o = \sqrt{74} + 2\sqrt{37}$$

$$o = 20,8$$

4. Podle Pythagorovy věty:

$$\sqrt{74^2} = \sqrt{37^2 + 37^2}$$

$$74 = 37 + 37$$

$$74 = 74$$

Trojúhelník je pravoúhlý.

VEKTOR – STŘED ÚSEČKY

Jsou dány dva body v rovině $A[a_1; a_2]$ a $B[b_1; b_2]$.

Bod S je střed úsečky AB . Výpočet je „průměr“ souřadnic bodů A, B .

Pro výpočet středu úsečky platí vzorec:

$$S \left[\frac{a_1 + b_1}{2}; \frac{a_2 + b_2}{2} \right]$$

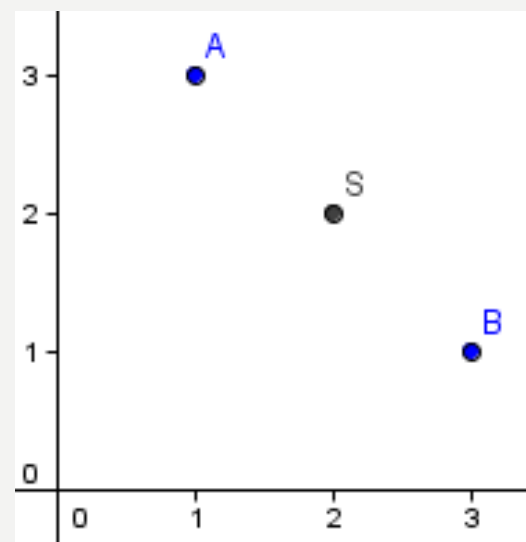
Příklad 6:

$$A[1; 3]$$

$$B[3; 1]$$

$$S \left[\frac{1+3}{2}; \frac{3+1}{2} \right]$$

$$S[2; 2]$$



SAMOSTATNÁ PRÁCE

Příklad 7: Vypočítejte délku těžnice na stranu a v trojúhelníku ABC , kde: $A[0; 0]$, $B[5; 1]$, $C[4; 4]$.

