

KONSTRUKCE KRUŽNICE

Příklad 1: Sestrojte kružnici opsanou obecnému trojúhelníku ABC

Řešení:

Sestrojíme obecný trojúhelník ABC , k němu potom hledáme střed a poloměr kružnice opsané.

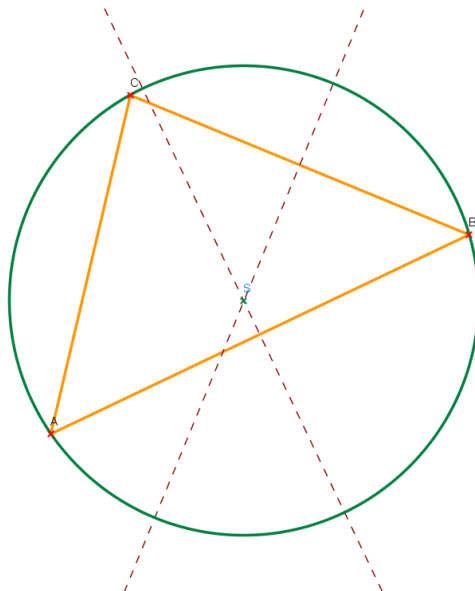
Rozbor:

Střed kružnice opsané leží v průniku os stran. Všechny se protínají v jednom bodě, k jeho sestrojení stačí osy dvě.

Postup konstrukce:

1. $\triangle ABC$
2. $o_c; o_c$ osa strany c
3. $o_a; o_a$ osa strany a
4. $S_o; S_o \in o_c \cap o_a$
5. $k_o; k_o(S_o; |S_o A|)$

Konstrukce:



Diskuze:

Osy stran trojúhelníku nemohou být nikdy rovnoběžné, proto vždy existuje jejich průsečík. Každý trojúhelník má tedy právě jednu kružnici opsanou.

Příklad 2: Sestrojte kružnici vepsanou obecnému trojúhelníku ABC .

Řešení:

Sestrojíme obecný trojúhelník ABC , k němu potom hledáme střed a poloměr kružnice vepsané.

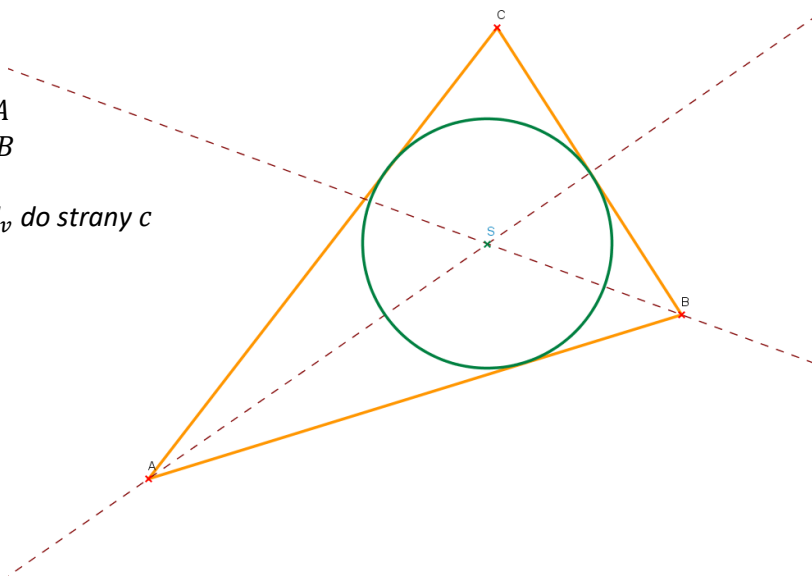
Rozbor:

Střed kružnice vepsané leží v průniku os úhlů. Všechny se protínají v jednom bodě, k jeho sestrojení stačí osy dvě. Poloměr potom získáme pomocí kolmého průmětu středu do jedné ze stran.

Popis konstrukce:

1. $\triangle ABC$
2. $o_A; o_A$ osa úhlu při vrcholu A
3. $o_B; o_B$ osa úhlu při vrcholu B
4. $S_v; S_v \in o_A \cap o_B$
5. $T_c; T_c$ kolmý průmět bodu S_v do strany c
6. $k_v; k_v(S_v; |S_v T_c|)$

Konstrukce:



Diskuze:

Osy úhlů trojúhelníku nemohou být nikdy rovnoběžné, proto vždy existuje jejich průsečík. Každý trojúhelník má tedy právě jednu kružnici vepsanou.

Příklad 3: Sestrojte kružnici připsanou straně a obecného trojúhelníku ABC .

Řešení:

Sestrojíme obecný trojúhelník ABC , potom hledáme střed a poloměr kružnice připsané straně a .

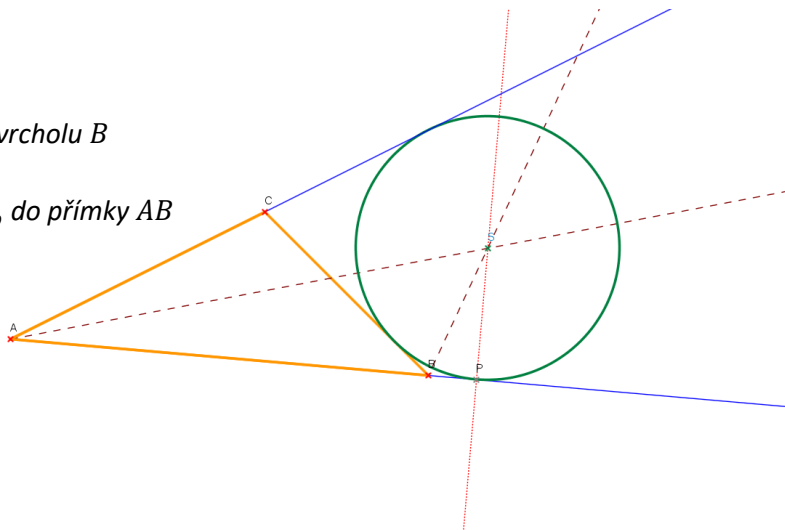
Rozbor:

Střed kružnice připsané straně a leží v průniku osy úhlu při vrcholu A a os vnějších úhlů při vrcholech B, C . Všechny se protínají v jednom bodě, k jeho sestrojení stačí dvě ze zmíněných os. Poloměr potom získáme pomocí kolmého průmětu středu do jedné z přímek, na nichž strany leží.

Popis konstrukce:

1. $\triangle ABC$
2. $o_A; o_A$ osa úhlu při vrcholu A
3. $o_\varphi; o_\varphi$ osa vnějšího úhlu při vrcholu B
4. $S_p; S_p \in o_A \cap o_\varphi$
5. $T_v; T_v$ kolmý průmět bodu S_p do přímky AB
6. $k_a; k_a(S_p; |S_p T_v|)$

Konstrukce:



Diskuze:

Osa vnitřního úhlu a osy zbylých dvou vedlejších úhlů trojúhelníku nemohou být nikdy rovnoběžné, proto vždy existuje jejich průsečík. Každý trojúhelník má tedy právě tři kružnice připsané, každá z nich přísluší jedné straně.

Příklad 4: Sestrojte Thaletovu kružnici nad obecnou úsečkou AB a ověřte její vlastnost jakožto oblouku.

Řešení:

Sestrojíme obecnou úsečku AB , k ní potom hledáme střed a poloměr dané Thaletovy kružnice.

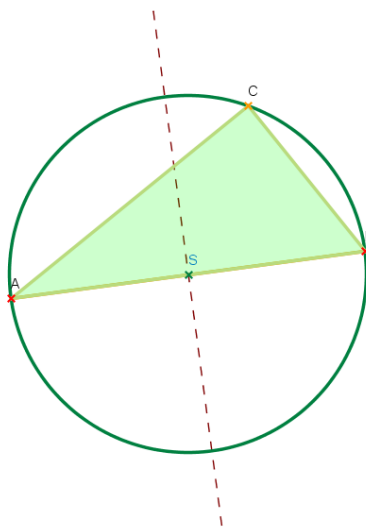
Rozbor:

Thaletova kružnice nad úsečkou AB je množina bodů X v rovině takových, že $|\sphericalangle AXB| = 90^\circ$. Je složena ze dvou shodných otevřených oblouků, jejichž střed je současně středem úsečky AB , která je i průměrem obou oblouků. Až na body A, B se jedná o kružnici.

Popis konstrukce:

1. AB
2. $S; S$ středem AB
3. $k_T; k_T(S; |AS|)$
4. $C; C \in k_T, A \neq C \neq B$
5. $\sphericalangle ACB$

Konstrukce:



Diskuze:

Konvexní úhel ACB je pravý při libovolném zvolení pozice bodu C na Thaletově kružnici.

Příklad 5: Sestrojte množinu bodů, z nichž je obecnou úsečkou AB vidět pod úhlem α .

Řešení:

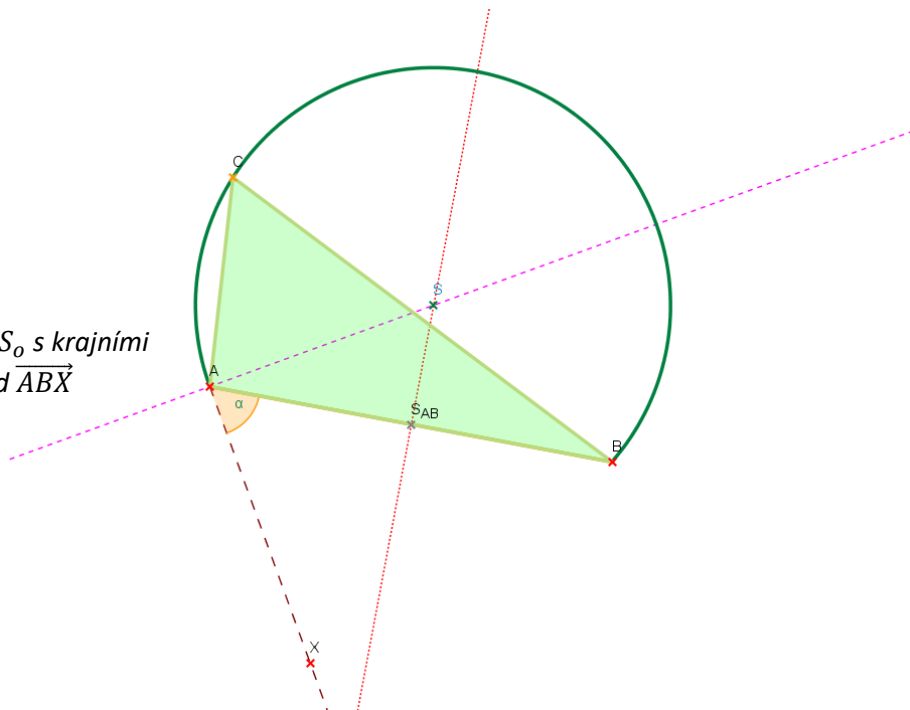
Sestrojíme obecnou úsečku AB , nad ní poté sestrojíme oblouky, k nimž přísluší úhel α .

Rozbor:

Oblouky odpovídající zadání jsou dva, jsou ale souměrné podle přímky AB , stačí tedy, pokud zkonstruujeme jeden z nich. K sestrojení oblouku využijeme úsekový úhel. Sestrojíme polopřímku AX , která svírá s úsečkou AB hledaný úhel α . V bodě A na ni sestrojíme kolmici, na níž leží střed oblouku. Ten leží i na ose úsečky AB .

Popis konstrukce:

1. AB
2. $\overrightarrow{AX}; |\sphericalangle XAB| = \alpha$
3. $p; A \in p, p \perp \overrightarrow{AX}$
4. $S; S$ střed úsečky AB
5. $k; S \in k, k \perp AB$
6. $S_o; S_o \in p \cap k$
7. $o; o$ otevřený oblouk se středem S_o s krajními body A, B v opačné polorovině od $\overrightarrow{ABX}$
8. $C; C \in o$
9. $\sphericalangle ACB$



Konstrukce:

Diskuze:

Velikost $\sphericalangle ACB$ je α při libovolném zvolení pozice bodu C na oblouku o .

Příklad 6: Sestrojte tečnu k dané kružnici k se středem S vedenou daným bodem A .

Řešení:

Využijeme faktu, že tečna se kružnice dotýká v jediném bodě P , přičemž je kolmá na úsečku SP . Pokud má na tečně ležet bod A , je úhel APS pravý. Bod P tedy leží na Thaletově kružnici nad úsečkou SA .

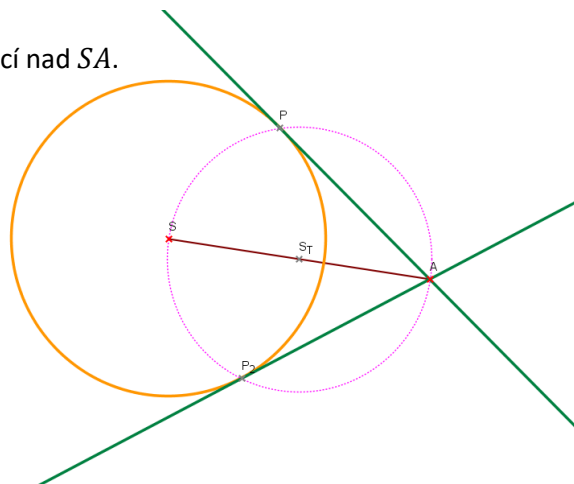
Rozbor:

Bod P bude ležet v průniku kružnice k s Thaletovou kružnicí nad SA .

Popis konstrukce:

1. $S_T; S_T$ je střed SA
2. $k_T; k_T(S_T; |SS_T|)$
3. $P; P \in k \cap k_T$
4. $t; t = \overleftrightarrow{AP}$

Konstrukce:



Diskuze:

Počet řešení bude záviset na počtu bodů průniku v bodě 3 této konstrukce, který závisí na poloze bodu A vůči kružnici k . Je-li A vnějším bodem, vzniknou tečny dvě, je-li vnitřním, průnik oněch kružnic bude prázdný, tedy tečna nebude existovat žádná. Pokud bod A leží na kružnici k , body A a P splývají a tečna bude právě jedna.