

OBVODY A OBSAHY MNOHOÚHELNÍKŮ

Pravidelný n-úhelník – všechny jeho strany a vnitřní úhly jsou shodné, lze mu opsat (dotýká se všech vrcholů) i vepsat (dotýká se středů všech stran) kružnici.

Vzorce:

obsah pravidelného n-úhelníka: $S = n \cdot S_{\Delta}$ n = počet trojúhelníků

obvod pravidelného n-úhelníka: $o = n \cdot a$ a = strana n-úhelníka

součet vnitřních úhlů: $(n - 2) \cdot 180^\circ$

počet úhlopříček: $\frac{n \cdot (n - 3)}{2}$

vnější úhel u vrcholu (středový): $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

Obecné vzorce:

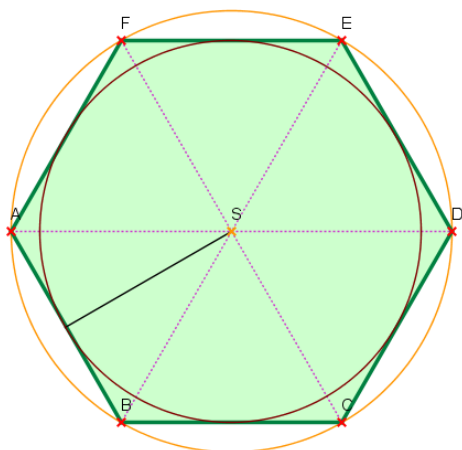
obsah: $S = \frac{1}{4} \cdot n \cdot a^2 \cdot \cotg \frac{180^\circ}{n}$

kružnice opsaná $r_o = \frac{a}{2 \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}}$

kružnice vepsaná $r_v = \frac{a}{2 \cdot \tg \frac{180^\circ}{n}}$

Fakta:

- poloměrem kružnice vepsané u pravidelného n-úhelníka je výška trojúhelníka v_a
- poloměrem kružnice opsané u pravidelného n-úhelníka je rameno trojúhelníka

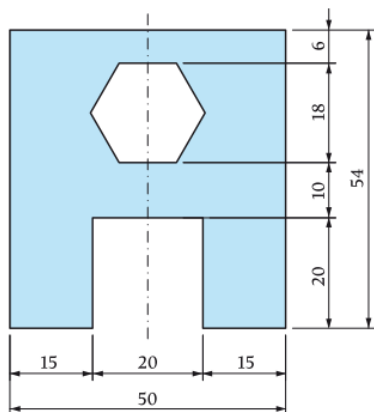


Tabulka mnohoúhelníků:

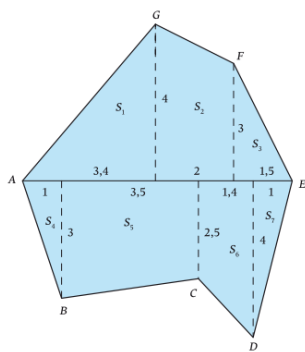
Počet úhlů	Cizím slovem	V češtině
3	trigon	trojúhelník
4	tetragon	čtyřúhelník
5	pentagon	pětiúhelník
6	hexagon	šestiúhelník
7	heptagon	sedmiúhelník
8	octagon	osmiúhelník
9	nonagon	devítiúhelník
10	dekagon	desetiúhelník
11	hendecagon	jedenáctiúhelník
12	dodecagon	dvanáctiúhelník

Příklady:

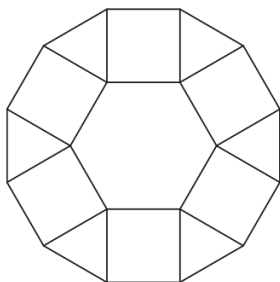
- 1) Určete obsah a obvod pravidelného šestiúhelníku o straně $a = 4 \text{ cm}$.
 $S = 41,57 \text{ cm}^2$; $o = 24 \text{ cm}$
- 2) Určete obsah a obvod pravidelného devítiúhelníku $a = 5 \text{ cm}$.
 $S = 154,55 \text{ cm}^2$; $o = 45 \text{ cm}$
- 3) Určete obsah a obvod pravidelného pětiúhelníku $a = 20 \text{ cm}$.
 $S = 688,19 \text{ cm}^2$; $o = 100 \text{ cm}$
- 4) Pravidelný osmiúhelník, poloměr kružnice opsané $r = 12 \text{ cm}$.
 $S = 407,29 \text{ cm}^2$; $o = 73,475 \text{ cm}$
- 5) Pravidelný osmiúhelník, poloměr kružnice vepsané $\rho = 15 \text{ cm}$.
 $S = 745,58 \text{ cm}^2$; $o = 99,41 \text{ cm}$
- 6) Určete obsah a obvod pravidelného dvanáctiúhelníku $r = 12 \text{ cm}$.
 $S = 432 \text{ cm}^2$; $o = 74,54 \text{ cm}$
- 7) Určete obsah a obvod pravidelného šestiúhelníku o straně $a = 7 \text{ cm}$.
 $S = 127,3 \text{ cm}^2$; $o = 42 \text{ cm}$
- 8) Jak velké budou úhly jednoho z 24 trojúhelníků, ze kterých lze sestavit pravidelný 24-úhelník.
 $15^\circ; 82,5^\circ; 82,5^\circ$
- 9) Vyřešte obvod a obsah pravidelného pětiúhelníku o hraně $a = 6 \text{ cm}$.
 $S = 61,95 \text{ cm}^2$; $o = 30 \text{ cm}$
- 10) Vyřešte obvod a obsah pravidelného šestiúhelníku o hraně $a = 4 \text{ cm}$.
 $S = 41,52 \text{ cm}^2$; $o = 24 \text{ cm}$
- 11) Vyřešte poloměr kružnice vepsané a opsané pravidelnému osmiúhelníku o hraně $a = 5 \text{ cm}$.
 $r = 6,53 \text{ cm}$; $\rho = 6,04 \text{ cm}$
- 12) * Poloměr kružnice vepsané pravidelnému desetiúhelníku je 8 cm . Vypočítejte délku jeho strany, poloměr opsané kružnice, obvod a obsah.
 $a = 5,2 \text{ cm}$; $r = 8,4 \text{ cm}$; $o = 52 \text{ cm}$; $S = 208 \text{ cm}^2$
- 13) Vypočítejte obsah plechové desky, jejíž tvar a rozměry (v mm) jsou na obrázku.
 $2700 \text{ mm}^2 - 400 \text{ mm}^2 - 281 \text{ mm}^2 = 2019 \text{ mm}^2$



- 14) ** Vypočítejte obvod a obsah pravidelného pětiúhelníku, je-li délka jeho úhlopříčky $u = 50 \text{ cm}$.
 $o = 155 \text{ cm}$; $S = 1643 \text{ cm}^2$
- 15) Vypočítejte skutečnou rozlohu pozemku z obrázku, je-li měřítko zobrazení 1: 5000; rozměry jsou dány v cm .
 $S = 33,725 \text{ cm}^2$

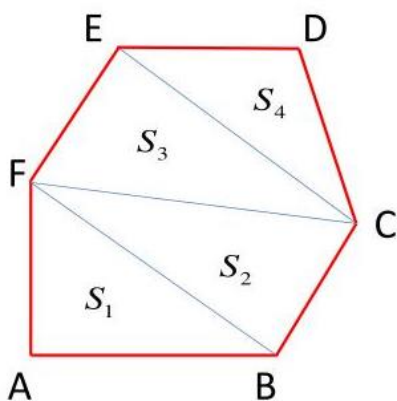


- 16) Vypočítejte obsah parketového obrazce zámecké podlahy z obrázku; délka stran všech mnohoúhelníků v obrazci je $a = 12 \text{ cm}$. $S = 1612 \text{ cm}^2$



NEPRAVIDELNÉ MNOHOÚHELNÍKY A SLOŽENÉ ÚTVARY:

Obsah nepravidelného mnohoúhelníku vypočteme tak, že ho rozdělíme na několik nepřekrývajících se obrazců (trojúhelníků a čtyřúhelníků) a určíme jejich obsahy.

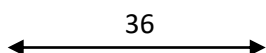


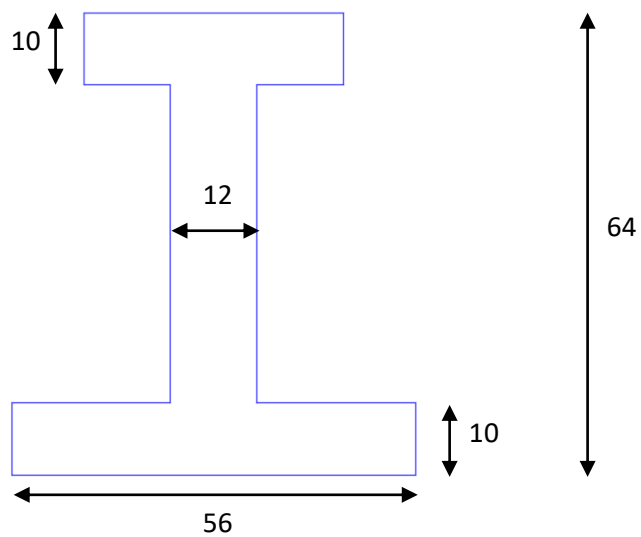
Výsledný obsah je součtem všech dílčích obsahů.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

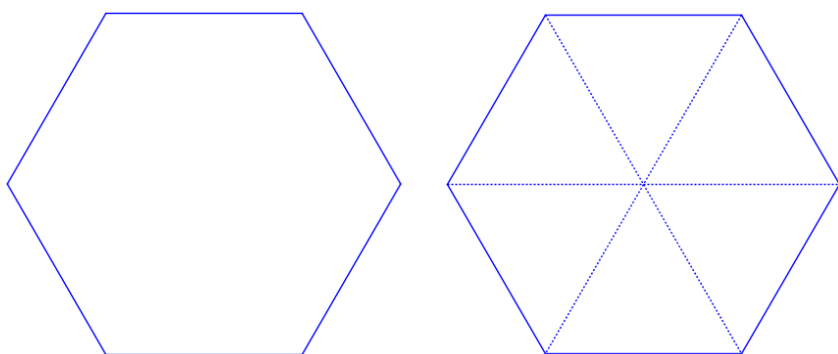
Příklady:

- 1) Urči obsah a obvod tohoto obrazu (rozměry jsou v mm).





2) Urči obsah pravidelného šestiúhelníku o straně $a = 4\text{ cm}$.



3) Urči obsah a obvod tohoto útvaru.

