

## GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST

= speciální případ exponenciální funkce

= předchozí člen vynásobím reálným KONSTANTNÍM číslem (stejným)

**q = KVOCIENT** geometrické posloupnosti

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$a_{n+1} = a_n \cdot q$$

**vzorec pro n-tý člen**

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

vztah mezi r-tým a s-tým členem obecně

$$a_s = a_r \cdot q^{s-r}$$

**součet prvních n členů**

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

(pro  $q = 1$  platí  $S_n = n \cdot a_1$ )

### Příklady na GEOMETRICKOU posloupnost

- 1) V geometrické posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  je  $a_1 = 6$ ,  $a_2 = 24$ . Urči  $q$ ,  $a_5$ ,  $a_8$ .
- 2) \* Urči  $a_1$  a  $q$  v GP, pro kterou platí  $a_1 - a_3 = -16$ ;  $a_1 + a_2 = 8$ .
- 3) \* Urči  $a_1$  a  $q$  v GP, pro kterou platí  $a_7 - a_3 = 15$ ;  $a_6 + a_4 = -6$ .
- 4) \* Urči součet prvních pěti členů  $S_5$  posloupnosti, pro kterou platí  $a_1 - a_3 = -1,5$ ;  $a_2 + a_1 = 1,5$
- 5) Urči první dva členy GP v níž  $a_3 = -\sqrt{20}$ ;  $a_4 = 10$ .
- 6) Najdi součet prvních deseti členů GP v níž  $a_1 = -2$ ;  $a_2 = 4$ .
- 7) Urči součet vložených čísel v GP. Mezi čísla 8 a 128 jsou vložena tři čísla, která spolu s danými čísly tvoří prvních pět členů GP. Řešte pro posloupnost s přirozenými čísly.
- 8) Vypočítejte prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže platí  $a_3 = 8$  a  $a_7 = 128$ . Řešte pro posloupnost s přirozenými čísly.
- 9) \* Přičteme-li k číslům 2, 16 a 58 stejné číslo, dostaneme první tři členy geometrické posloupnosti. Určete toto číslo a napište prvních šest členů této posloupnosti.
- 10) \* Mezi kořeny rovnice  $x^2 - 66x + 128 = 0$  vložte čtyři čísla, aby spolu s kořeny rovnice tvořily geometrickou posloupnost.
- 11) \* Vypočítejte prvních šest členů geometrické posloupnosti, jestliže platí:  
 $a_1 - a_2 + a_3 = 9$   
 $a_4 - a_5 + a_6 = 72$
- 12) \* Kvádr, jehož hrany tvoří geometrickou posloupnost má povrch  $S = 78$  cm<sup>2</sup>. Součet hran procházejících jedním vrcholem je 13 cm. Určete objem kváдру.
- 13) Jezdec se rozhodl koupit koně a zaplatit za něj 10 000 Kč. S prodávacem se dohodl, že za první hřebík v podkově zaplatí 1 haléř, za druhý 2 haléře, za třetí 4 haléře atd.. Byla to výhodná koupě, když každá podkova je připevněna pěti hřebíky?
- 14) Brigádník souhlasil, že bude pracovat, pokud jeho mzda bude za první den 1 Kč, za druhý den 2 Kč, za třetí den 4 Kč atd.. Kolik dní takto pracoval, pokud vydělal 4095 Kč?
- 15) Na kolik % úrok třeba uložit částku 10000 €, abychom po pěti letech měli na účtu 25 000 €?

## Užití geometrických posloupností

### 1) Legenda o vynálezci šachů.

Za odměnu chtěl rýži – na 1. políčko jedno zrnko, na 2. políčko dvě zrnka, na 3. políčko čtyři zrnka, na čtvrté políčko osm zrněk a každé další vždy dvojnásobek předchozího políčka. Vypočítej počet zrníček, urči kolik by to bylo kg rýže ( $1 \text{ kg} \doteq 30000 \text{ zrněk}$ ).

### 2) Počet HIV pozitivních v ČR

Počátek roku 2007 ..... 1000 osob

Konec roku 2007 ..... 1122 osob

Kolik % jich přibýlo. Urči počet nakažených v roce 2015 a v roce 2050 při šíření nemoci stejným tempem.

## Geometrická posloupnost

### 1) Zjisti, zda je daná posloupnost geometrická. Pokud ano, vypočítej první člen a kvocient geometrické posloupnosti a zjisti, zda je rostoucí nebo klesající:

a)  $a_n = -5$

b)  $a_n = 3n$

c)  $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

d)  $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{1-n}$

e)  $a_n = \frac{2n}{7}$

f)  $a_n = 4 \cdot 3^{1-n}$



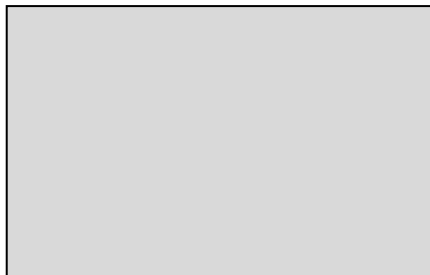
### 2) Vypočítej členy $a_3$ , $a_6$ a $a_8$ geometrické posloupnosti, jestliže znáš:

a)  $a_9 = 1024$  ;  $q = 2$

b)  $a_5 = 48$  ;  $a_6 = 96$

c)  $a_7 = 729$  ;  $q = 3$

d)  $a_4 = 16$  ;  $a_7 = -128$



### 3) Vypočítej součty $s_3$ , $s_5$ a $s_{10}$ geometrické posloupnosti, jestliže znáš:

a)  $s_n = 2^n$

b)  $a_1 = 2$  ;  $q = 3$

c)  $a_1 = 2$  ;  $q = -3$

d)  $a_2 = 4$  ;  $a_3 = -8$

e)  $q = 2$  ;  $s_7 = 508$

