

MOCNINNÉ FUNKCE

Mocninná funkce s exponentem n je každá funkce f vyjádřená ve tvaru:

$$f: y = x^n.$$

Definiční obor a obor hodnot jsou závislé na tom, z jaké množiny je exponent.

Mocninné funkce můžeme rozdělit podle exponentu:

- exponent je přirozené číslo
- exponent je celé, záporné číslo
- exponent je převrácená hodnota přirozeného čísla
- exponent je racionální číslo
- exponent je reálné číslo
- exponent je nula

Pokud je exponent **rovný nule**, tak nám vyjde konstantní funkce:

$$f: y = x^0; x \in \mathbb{R} \setminus \{0\},$$
$$x^0 = 1$$
$$f: y = 1$$

Grafem je **přímka**.

Pokud je exponent **rovný jedné**, tak nám vyjde přímá úměrnost $y = x$:

$$f: y = x^1 \Rightarrow f: y = x$$

Grafem je **přímka**.

Pokud je exponent **rovný dvěma**, tak nám vyjde kvadratická funkce:

$$f: y = x^2$$

Grafem je **parabola**.

Pokud je exponent **rovný mínus jedné**, tak nám vyjde nepřímá úměrnost:

$$f: y = x^{-1} \Rightarrow f: y = \frac{1}{x}$$

Grafem je **hyperbola**.

Mocninné funkce s přirozeným exponentem

Mocninné funkce s přirozeným exponentem můžeme rozdělit na:

- mocninné funkce se sudým exponentem
- mocninné funkce s lichým exponentem

n je sudé

Funkční předpis: $f: y = x^n$
Definiční obor: $D_{(f)} = \mathbb{R}$
Obor hodnot: $H_{(f)} = \langle 0; \infty \rangle$
Monotónnost: klesající na intervalu $(-\infty; 0)$ a rostoucí na intervalu $\langle 0; \infty \rangle$
Parita funkce: sudá
Prostá: není prostá
Periodická: není periodická
Omezenost: omezená zdola
Prochází bodem: $[1; 1]$ a $[-1; 1]$

n je liché

Funkční předpis: $f: y = x^n$
Definiční obor: $D_{(f)} = \mathbb{R}$
Obor hodnot: $H_{(f)} = \mathbb{R}$
Monotónnost: rostoucí
Parita funkce: lichá
Prostá: je prostá
Periodická: není periodická
Omezenost: není omezená
Prochází bodem: $[1; 1]$ a $[-1; -1]$

Mocninné funkce s celým, záporným exponentem

Mocninné funkce s celočíselným záporným exponentem můžeme rozdělit na:

- mocninné funkce se sudým exponentem
- mocninné funkce s lichým exponentem

n je sudé

Funkční předpis: $f: y = x^{-n}$
Definiční obor: $D_{(f)} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Obor hodnot: $H_{(f)} = (0; \infty)$
Monotónnost: rostoucí na intervalu $(-\infty; 0)$ a klesající na intervalu $(0; \infty)$
Parita funkce: sudá
Prostá: není prostá
Periodická: není periodická
Omezenost: omezená zdola
Prochází bodem: $[1; 1]$ a $[-1; 1]$

n je liché

Funkční předpis: $f: y = x^{-n}$
Definiční obor: $D_{(f)} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Obor hodnot: $H_{(f)} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Monotónnost: klesající na celém intervalu kromě nuly
Parita funkce: lichá
Prostá: je prostá
Periodická: není periodická
Omezenost: není omezená
Prochází bodem: $[1; 1]$ a $[-1; -1]$

Mocninné funkce s racionálním exponentem

Funkční předpis: $f: y = x^n$ ($n = \frac{l}{m}, l \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ a $m \in \mathbb{N}$)
Definiční obor: $D_{(f)} = (0; \infty)$
Obor hodnot: $H_{(f)} = (0; \infty)$
Monotónnost: klesající pro n záporné
rostoucí pro n kladné
Parita funkce: není sudá ani lichá
Prostá: je prostá
Periodická: není periodická
Omezenost: omezená zdola
Prochází bodem: $[1; 1]$

Pravidla pro mocniny s racionálním exponentem:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

a ... základ mocniny (mocněnec)

$\frac{m}{n}$... exponent (mocnitel)

$$a \in \mathbb{R}^+$$

$$m \in \mathbb{Z}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

VZOREČKY:

- $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$
- $a^r : a^s = a^{r-s}$
- $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$
- $(ab)^r = a^r b^r$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\text{cokoliv}^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $1^{\text{cokoliv}} = 1$
- $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{kn}} = a^k = a^{\frac{m}{n}}$

Příklady: Nakreslete grafy funkcí:

1) $f: y = x^4$

2) $f: y = x^7$

3) $f: y = \sqrt{x}$

4) $f: y = \sqrt[7]{x}$

5) $f: y = x^{-1}$

6) $f: y = x^{-2}$

7) $f: y = \frac{1}{x^7}$

Příklady: Rozhodněte, zda jsou následující výroky pravdivé:

1) $(-0,8)^3 < (0,2)^3$

2) $(-1,2)^4 < (0,8)^4$

3) $(7,2)^{-3} < (3,4)^{-3}$

4) $(-2,6)^{-6} > (1,7)^{-6}$

5) $(0,6)^{\frac{1}{2}} > (0,9)^{\frac{1}{2}}$

Příklady:

1) $4^{-2} =$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

3) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} =$

4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

Příklady:

1) $\sqrt[3]{a^9} =$

2) $\sqrt[4]{a^{-20}} =$

3) $27^{\frac{1}{3}} =$

4) $4^{\frac{1}{2}} =$

5) $5^3 =$

6) $\sqrt[3]{27} =$

Příklady:

1) $5^{\frac{2}{3}} =$

2) $2^{\frac{3}{5}} =$

3) $4^{\frac{1}{2}} =$

4) $27^{\frac{1}{3}} =$

Příklady:

1) $3^4 =$

2) $4^2 =$

3) $5^3 =$

4) $2^5 =$

Příklady: Zjednodušte dané výrazy:

1) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 =$

2) $3^7 \cdot 3^4 \cdot 3^5 =$

3) $4^2 \cdot 2^4 \cdot 8^3 =$

4) $3^2 \cdot 9^6 \cdot 27^5 =$

Příklady: Zjednodušte dané výrazy:

1) $x^3 \cdot x^2 \cdot x =$

2) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[6]{x} =$

3) $x^2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} =$

4) $\frac{x^2}{x^7} =$

5) $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[9]{x}} =$

6) $\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[2]{x^9}} =$

Příklady:

1) $\sqrt{25} =$

2) $\sqrt[3]{27} =$

3) $\sqrt[4]{16} =$

4) $\sqrt[6]{64} =$