

KVADRATICKÉ ROVNICE A NEROVNICE

(k řešení používáme ekvivalentní úpravy, které už známe z lineárních rovnic a nerovnic)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

kvadratický člen lineární člen absolutní člen

- $a, b, c \in R$ koeficienty
- $a \neq 0$

DRUHY KVADRATICKÝCH ROVNIC

- a) **obecný tvar** (kvadratický trojčlen) $ax^2 + bx + c = 0$
- b) **neúplné kvadratické rovnice** $ax^2 + bx = 0$
 $ax^2 + c = 0$
- c) **normovaný tvar** ($a = 1$) $x^2 + px + q = 0$
 $p = \frac{b}{a}$ $q = \frac{c}{a}$
- d) **součinový tvar** $(x - x_1)(x - x_2) = 0$
 $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$

POČET KOŘENŮ KVR

- a) je-li $D > 0$, má rovnice dva různé kořeny x_1, x_2
- b) je-li $D = 0$, má rovnice jeden dvojnásobný kořen $x_1 = x_2$
- c) je-li $D < 0$, nemá rovnice v oboru R žádná řešení (pouze v množině komplexních čísel)

VÝPOČET KOŘENŮ

- a) přes diskriminant D $D = b^2 - 4ac$
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
- b) pomocí Vietových vzorců $x^2 + px + q = 0$
 $-p = x_1 + x_2$ $q = x_1 \cdot x_2$

POSTUP ŘEŠENÍ

- 1) převést na tvar $ax^2 + bx + c = 0$
- 2) určit koeficienty a, b, c
- 3) vypočítat diskriminant D
- 4) vypočítat kořeny

Příklady:

- 1) $2x^2 - x = 6$
- 2) $4g^2 + 9 = -12g$
- 3) $x^2 - 7x + 12 = 0$
- 4) $4x^2 + 17x = 15$
- 5) $z^2 + 8z + 15 = 0$
- 6) $3x^2 - 8x + 4 = 0$
- 7) $8x - x^2 = 14$

ROVNICE V NORMOVANÉM TVARU

$$x^2 + px + q = 0$$

řešíme je pomocí **VIETOVÝCH VZORCŮ**

$$-p = x_1 + x_2$$

$$q = x_1 \cdot x_2$$

Kvadratický trojčlen rozložíme na **KOŘENOVÉ Činitele**

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$\text{u rovnice } ax^2 + bx + c = 0$$

Příklady: Pomocí Vietových vzorců určete kořeny rovnic

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

2) $x^2 + 2x - 8 = 0$

3) $x^2 - 9x + 8 = 0$

4) $x^2 + 8x + 15 = 0$

ÚPRAVA KVADRATICKÉ ROVNICE NA SOUČINOVÝ TVAR

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

nejprve najdu kořeny rovnice a pak upravím do závorek
(součin dvou lineárních dvojčlenů)

Příklady:

1) $x^2 + 2x - 3 = 0$

2) $12x^2 - 5x - 3 = 0$

3) $x^2 + 7x - 18 = 0$

4) $x^2 - 5x - 14 = 0$

5) $\frac{4x+5}{x} - \frac{12}{x-2} = 1$

Opakování:

1) $20x^2 - x - 12 = 0$

2) $x^2 - 5x + 6 = 0$

NEÚPLNÉ KVADRATICKÉ ROVNICE

Příklady:

1) $3x^2 + 3x = 0$

2) $9x^2 - 16 = 0$

3) $5x^2 = 20$

4) $x^2 - 5 = 0$

5) $3x^2 - 5x = 0$

6) $4x^2 - 1 = x - 1$

7) $4x^2 - 36 = 0$

8) $2x^2 + 4x = 0$

9) $5x^2 - 125 = 0$

SOUSTAVY LINEÁRNÍCH A KVADRATICKÝCH ROVNIC

- ↳ metoda dosazovací
- ↳ z lineární rovnice vyjádřím neznámou
- ↳ výraz dosadím do druhé (kvadratické) rovnice
- ↳ jsou-li obě rovnice kvadratické, použiju kombinaci metod
- ↳ $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- ↳ $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

Příklady:

- 1) $x^2 + y^2 = 13$
 $x + y = 5$
- 2) $x^2 + y^2 = 25$
 $3x - y = 5$
- 3) $x^2 + y^2 = 5$
 $x - y = 3$
- 4) $x^2 + 9y^2 = 9$
 $x + 3y = 3$
- 5) $4x^2 - 9y^2 = 15$
 $2x + 3y = 5$
- 6) $x^2 + y^2 - 4 = 0$
 $x + 2y = 4$
- 7) $x^2 + y^2 = 100$
 $3x + 4y = 50$
- 8) $x^2 + y^2 = 5$
 $y - 2x = 5$

Příklady: Učebnice strana 42/ cvičení 5.6

- 1) $x + y = 6$
 $x \cdot y = 8$
- 2) $x + y = 7$
 $x^2 + y^2 = 29$
- 3) $x^2 + y^2 = 4$
 $x + 2y = 4$

KVADRATICKÉ NEROVNICE

nerovnice upravíme na **SOUČINOVÝ tvar** (součin dvou lineárních dvojčlenů) a řešíme:

- 🔑 pomocí soustavy nerovnic
- 🔑 metodou nulových bodů

a) pomocí SOUSTAVY NEROVNIC (metoda intervalů)

Postup:

- určí x_1, x_2
- upravím na součinnový tvar
- stanovím předpoklady
- řeším soustavu nerovnic
- výsledek je sjednocením obou řešení

Příklad:

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 2$$

$$(x - 2)(x - 3) \geq 0$$

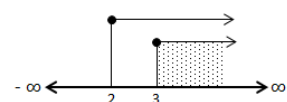
$$+ \cdot + \geq 0$$

1. soustava

$$x - 2 \geq 0$$

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad x \geq 3$$



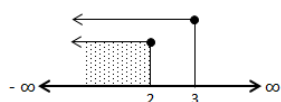
$$- \cdot - \geq 0$$

2. soustava

$$x - 2 \leq 0$$

$$x - 3 \leq 0$$

$$x \leq 2 \quad x \leq 3$$



$$I_1 = \langle 3; \infty \rangle$$

$$I_2 = (-\infty; 2]$$

$$K = I_1 \cup I_2 = (-\infty; 2] \cup \langle 3; \infty \rangle$$

b) metodou nulových bodů

Postup:

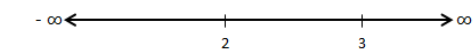
- určí x_1, x_2
- upravím na součinnový tvar
- stanovím nulové body = kořeny rovnice
- v každém intervalu stanovím hodnotu výrazu
- hledám kladný nebo záporný výsledek podle zadání příkladu

Příklad:

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x - 2)(x - 3) \geq 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$



	$(-\infty; 2)$	2	$(2; 3)$	3	$(3; \infty)$
$(x - 2)$	-	0	+	1	+
$(x - 3)$	-	-1	-	0	+
	+	0	-	0	+

součin $() \cdot () \geq 0$

$$K = (-\infty; 2] \cup \langle 3; \infty \rangle$$

Příklady: Řešte kvadratické nerovnice

- 1) $x^2 - 5x - 14 \leq 0$
- 2) $x^2 + 2x - 3 > 0$
- 3) $x^2 + 4x + 3 \leq 0$
- 4) $x^2 - 9x + 14 \geq 0$

SLOVNÍ ÚLOHY NA KVADRATICKÉ ROVNICE

Příklady:

- 1) Určete dvojici čísel tak, aby jejich součet byl 200 a jejich součin 9375.
- 2) Urči tři po sobě jdoucí celá čísla, jejichž součet druhých mocnin je roven součtu druhých mocnin dvou po nich bezprostředně následujících celých čísel.
- 3) Součet dvou čísel je 79, součet jejich druhých mocnin je 4225. Urči tato čísla.
- 4) Urči tři čísla o poměru $3 : 4 : 5$, jejichž součet druhých mocnin je 1250.