

ODMOCNINY (druhá, třetí)

Zápis odmocniny

- $\sqrt[n]{a} = x$
 $\sqrt{\quad}$ odmocník
 a základ odmocniny
 n odmocnitel (exponent odmocniny)
je-li $n=2$, pak ho nepíšeme
- Druhá odmocnina z nezáporného reálného čísla **a** je takové nezáporné x , pro které platí $x^2 = a$.
 - z kladného čísla a je **právě jedno** kladné číslo x , pro které platí $x^2 = a \Rightarrow \sqrt{a} = x$
 - z nuly je nula $\sqrt{0} = 0$
 - ze záporného čísla neexistuje v R (např.: $\sqrt{-5}$ neexistuje)
- Třetí odmocnina z reálného čísla **a** je takové x , pro které platí $x^3 = a$.

Pravidla pro odmocniny

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ např.: $\sqrt{2}\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$ např.: $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$
- $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ např.: $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$
- $a^3\sqrt{b} = \sqrt[3]{a^3b}$ např.: $2^3\sqrt{3} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{24}$
- $(\sqrt[n]{a})^s = \sqrt[n]{a^s}$ např.: $(\sqrt[3]{8})^6 = \sqrt[3]{8^6} = 8^{\frac{6}{3}} = 8^2 = 64$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ např.: $\sqrt[3]{\sqrt{11}} = \sqrt[6]{11}$
- $\sqrt[n]{a^mp} = \sqrt[n]{a^m}^p$ např.: $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{2^3} \cdot \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{2^7}$

POZOR: $\sqrt{25} = 5$ POUZE +5
odmocnina musí být jen jedno číslo
ale $x^2 = 25$ vyhovuje +5 i -5
protože $5^2 = (-5)^2 = 25$

Příklady na odmocniny: Vypočítej a odmocni.

- 1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$
- 2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} =$
- 3) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} =$
- 4) $\sqrt[3]{50} \cdot \sqrt[3]{20} =$
- 5) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{18} =$
- 6) $5(\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$
- 7) $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{9})^3 \sqrt{3} =$
- 8) $8\sqrt{a} + 5\sqrt{x} - 7\sqrt{a} + 4\sqrt{a} - 6\sqrt{x} - 3\sqrt{a} + \sqrt{x} =$

Sčítání, odčítání a násobení odmocnin

- Sčítat a odčítat můžeme jen odmocniny se stejným základem a exponentem.

Příklady:

- 1) $3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 3(\sqrt{7} - 5) =$
- 2) $2\sqrt{2} + \sqrt[3]{2} - 3(\sqrt{2} - \sqrt[3]{2}) =$
- 3) $\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - \sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) =$
- 4) $(15\sqrt{2} + 10\sqrt{3} - 6\sqrt{5} - 3\sqrt{30})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) =$

ODMOCNINY (částečné odmocňování)

Částečné odmocňování

- Snažíme se číslo pod odmocninou zmenšit na co nejmenší. Postupujeme tak, že číslo pod odmocnítkem rozložíme na vhodný součin dvou čísel, z nichž jedno umíme odmocnit. (vhodný součin nemusíme najít napoprvé)

Například:

- 1) $\sqrt{12} = \sqrt{6 \cdot 2} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- 2) $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{27}\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$
- 3) $\sqrt[3]{21000} = \sqrt[3]{21 \cdot 1000} = 10\sqrt[3]{21}$
- 4) $\sqrt[4]{0,012} = \sqrt[4]{120 \cdot 10^{-4}} = 10^{-1}\sqrt[4]{120} = 0,1\sqrt[4]{120}$

Příklady: Příklady na částečné odmocňování

- 1) $\sqrt{75} =$
- 2) $\sqrt{252} =$
- 3) $\sqrt{320} =$
- 4) $\sqrt{112} =$
- 5) $\sqrt{99} =$
- 6) $\sqrt{125} =$
- 7) $\sqrt{338} =$
- 8) $3\sqrt{8} =$
- 9) $2\sqrt{45} =$

Příklady: Další příklady na částečné odmocňování

- 1) $\sqrt[3]{0,060} =$
- 2) $\sqrt{50} =$
- 3) $\sqrt[3]{16} =$
- 4) $\sqrt[3]{2^5} =$
- 5) $\sqrt[3]{2^{10}} =$
- 6) $\sqrt[3]{2^{28}} =$
- 7) $\sqrt[7]{2^8} =$
- 8) $\sqrt[7]{5^9} =$
- 9) $\sqrt[4]{6^5} =$

ODMOCNINY (usměrňování zlomků)

Usměrňování zlomků

- Cílem je odstranit odmocninu ze jmenovatele zlomku. Postupujeme tak, že zlomek rozšíříme vhodným výrazem, který nezmění hodnotu původního zlomku.

Například:

$$\frac{\text{cokoliv}}{\sqrt{a}} \text{ rozšíříme výrazem } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$
$$\frac{\text{cokoliv}}{a \pm \sqrt{b}} \text{ rozšíříme výrazem } \frac{a \pm \sqrt{b}}{a \pm \sqrt{b}}$$

Příklady: Usměrní zlomky

$$1) \frac{1}{\sqrt{3}} =$$

$$2) \frac{4}{\sqrt{6}} =$$

$$3) \frac{3}{2\sqrt{3}} = \quad \text{stačí rozšířit } \sqrt{3}$$

$$4) \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \quad \text{musíme získat } \sqrt[3]{2^3}$$

Příklady: Usměrní zlomky – použijeme vzorec $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$$1) \frac{1}{\sqrt{2}-1} =$$

$$2) \frac{4}{3+\sqrt{5}} =$$

$$3) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \quad \text{násobení odmocnin}$$

Příklady: Další příklady na usměrňování zlomků

$$1) \frac{5}{\sqrt{11}} =$$

$$2) \frac{b^2}{\sqrt{b}} =$$

$$3) \frac{a}{\sqrt{2a}} =$$

$$4) \frac{2}{2+\sqrt{3}} =$$

$$5) \frac{4}{3-\sqrt{5}} =$$

$$6) \frac{15}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} =$$

Mocniny a odmocniny (procvičování)

Příklady: Zjednoduš

$$1) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$$

$$2) \frac{\sqrt{6400}}{\sqrt{100}} =$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} =$$

$$4) \sqrt[3]{16} \sqrt[3]{4} =$$

$$5) \sqrt[4]{3} \sqrt[4]{27} =$$

$$6) \sqrt{\sqrt[3]{15}} =$$

Příklady: Vypočítej

$$1) 4(\sqrt{5} - \sqrt{6}) - 3(\sqrt{6} + \sqrt{5}) =$$

$$2) \frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}{2} + \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{4} =$$

Příklady: Vynásob, sečti a pak odmocni

$$1) (\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{8} + \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2} =$$

$$2) (\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3}) =$$

$$3) (4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2}) =$$

Příklady: Částečně odmocni

$$1) \sqrt{180} =$$

$$2) \sqrt{108} =$$

$$3) 3\sqrt{80} =$$

$$4) \sqrt[3]{54} =$$

$$5) \sqrt[3]{21000} =$$

$$6) \sqrt[4]{0,012} =$$

Příklady: Částečně odmocni a pak sečti

$$1) 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18} - 3\sqrt{72} + 7\sqrt{50} =$$

$$2) 4\sqrt{27} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{108} - \sqrt{243} =$$

$$3) \sqrt{242} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{18} - 4\sqrt{8} + 3\sqrt{32} =$$

Příklady: Usměrní zlomky

$$1) \sqrt{\frac{5}{3}} =$$

$$2) \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{5}} =$$

$$3) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$$

$$4) \frac{12}{2\sqrt{7} - 5} =$$

$$5) \frac{22}{\sqrt{3} + 5} =$$

$$6) \frac{3x}{\sqrt[5]{x^2}} =$$