

MOCNINY s přirozeným exponentem

Zápis mocniny

- $a^n = a \cdot a \cdot a \dots n - \text{krát}$
- $a \dots$ základ mocniny (mocněnec)
- $n \dots$ exponent (mocnitel)
- Pro každé reálné číslo a a pro každé přirozené číslo n je n -tá mocnina čísla a rovna součinu n činitelů a .

Pravidla pro mocniny

Sčítáme a odčítáme pouze mocniny se stejnými základy a stejnými exponenty.

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $1^{\text{cokoliv}} = 1$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$, $a \neq 0$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n : b^n$, $b \neq 0$

↳ Umocňováním **kladného** čísla, získáme vždy kladné číslo.

↳ Umocňováním **záporného** čísla **na lichý** exponent, získáme vždy záporné číslo.

↳ Umocňováním **záporného** čísla **na sudý** exponent, získáme vždy kladné číslo.

Příklady:

1) $(-2)^4 =$

2) $-2^4 =$

3) $2^3 =$

4) $3^3 =$

5) $3^4 =$

6) $(-2)^2 =$

7) $(-2)^5 =$

8) $(-3)^2 =$

9) $(-3)^3 =$

10) $-(-3)^2 =$

11) $-(-3^2) =$

MOCNINY s celým exponentem

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, $a \neq 0$, $b \neq 0$
- $\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}$, $b \neq 0$
- Pro počítání platí stejná pravidla jako pro mocniny s přirozeným exponentem

Příklady na mocniny:

1) $a^2 \cdot a =$

2) $x^3 \cdot x^{n-1} =$

3) $(a^2b)(ab^2) =$

4) $(2xy)^2 =$

5) $(5a^2b^3)^2 =$

6) $(2x^3y)^2(xy^2z^3)^5 =$

7) $(a^3b^{-3}) : (a^{-3}b^3) =$

8) $(x^2y^3z^{-2}) : (x^{-3}y^{-2}z) =$

9) $\left(\frac{2a}{b}\right)^2 =$

10) $\left(\frac{x^3}{3y^2z}\right)^3 =$

11) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} =$

12) $\left(\frac{a^2}{2b}\right)^{-3} =$

13) $\left(\frac{a^2}{b}\right)^3 \left(\frac{b}{a}\right)^2 =$

14) $\left(\frac{x^2y}{z}\right)^{-1} : \left(\frac{xy}{z}\right)^{-2} =$

15) $\left(\frac{x^2y}{2z^3}\right)^2 \left(\frac{x^3z^2}{y}\right)^{-3} =$

16) $\left(\frac{a^3}{b^4c}\right)^{-2} =$

17) $\left(\frac{1}{a^2b}\right)^{-3} =$

18) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

19) $\left(\frac{4}{9}\right)^{-2} \left(\frac{8}{27}\right)^3 =$

MOCNINY opakování:

1) $a^3 \cdot a^5 =$

2) $a^7 \cdot a^2 =$

3) $a^4 \cdot a^3 =$

4) $x^3 \cdot x^{n-2} =$

5) $(a^3b) \cdot (ab^3) =$

6) $(3a^4b^2)^2 =$

7) $(4a^5b^3)^2 =$

8) $(2a^3b)^3 \cdot (ab^2)^4 =$

9) $a^4 : a^2 =$

10) $a^9 : a^3 =$

11) $(a^2b^3) : (ab^2) =$

12) $\left(\frac{2a^2}{b^3}\right)^2 =$

13) $\left(\frac{a^4}{3b^3}\right)^{-3} =$

14) $\left(\frac{a^2b}{c^2}\right)^{-1} : \left(\frac{ab^2}{c}\right)^{-2} =$

15) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^2 =$

16) $x^4 \cdot \sqrt{x} =$

17) $\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x} =$

18) $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{4}} =$

19) $a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{3}{2}} =$

20) $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{5}{2}} : a^{\frac{2}{6}} =$

21) $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{5}{4}} =$

22) $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}}{z}\right)^{\frac{2}{3}} =$

MOCNINY s racionálním exponentem

Pravidla pro mocniny s racionálním exponentem

- Pro počítání platí stejná pravidla jako pro mocniny s přirozeným a celým exponentem

- $a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$, $a > 0$, $r \in \mathbb{Z}$, $s \in \mathbb{N}$

- Každá odmocnina se dá vyjádřit jako mocnina

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ např.: $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{3} + (-\frac{1}{4})} = 2^{\frac{1}{12}}$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$, $a \neq 0$ např.: $2^{\frac{1}{3}} : 2^{-\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{3} - (-\frac{1}{4})} = 2^{\frac{7}{12}}$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ např.: $(2^{\frac{1}{3}})^{-\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{3} \cdot (-\frac{1}{4})} = 2^{-\frac{1}{12}}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ např.: $20^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = (20 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} = 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n : b^n$, $b \neq 0$ např.: $\frac{20^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{20}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$

Příklady:

1) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}} =$

2) $x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{-1} =$

3) $x^3 \cdot \sqrt{x} =$

4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}} =$

5) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} =$

6) $\frac{\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^{-3}}{(x^3 \cdot y^{-1})^{-\frac{1}{2}}} =$

7) $\sqrt{2}^3 \sqrt{2} =$

8) $\sqrt{2}^3 \sqrt{2}^4 \sqrt{2} =$

9) $\sqrt{2\sqrt{2}} =$

10) $(\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2})^{-\frac{1}{2}} =$

11) $b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{3}{4}} =$

12) $x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{9}} x^{\frac{1}{12}} =$

13) $m^{-\frac{1}{2}} m^{-1} m^{-0,5} =$

14) $a^{-\frac{1}{5}} : a^{-\frac{5}{3}} =$

15) $b^{-0,3} : b^{-0,5} =$

16) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} : a =$

17) $\left(a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} =$

18) $\left(\frac{x^2 y^{\frac{2}{3}}}{x}\right)^{\frac{4}{3}} =$

MOCNINY o základu 10

Číslo tvaru $a \cdot 10^n$

Přehledný zápis velmi malého nebo velmi velkého čísla.

Mocnitel je stejný jako posun desetinné čárky.



posun čárky doleva

$$a \cdot 10^n$$

zvětšují; mocnitel kladný



posun čárky doprava

$$a \cdot 10^{-n}$$

zmenšují; mocnitel záporný

$$1 \leq a < 10$$

Příklad 1:

a) $63\,800\,000 =$

b) $0,00054 =$

Příklad 2: Obrácený postup je jednodušší

a) $4,29 \cdot 10^{10} =$

b) $3,1 \cdot 10^{-7} =$

Hlavní využití = pro převody jednotek

mm	<u>10</u>	cm	<u>10</u>	dm	<u>10</u>	m	<u>10³</u>	km
mm ²	<u>10²</u>	cm ²	<u>10²</u>	dm ²	<u>10²</u>	m ²	$10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = \underline{10^6}$	km ²
mm ³	<u>10³</u>	cm ³	<u>10³</u>	dm ³	<u>10³</u>	m ³	$10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = \underline{10^9}$	km ³
		mg	<u>10³</u>	g	<u>10³</u>	kg		
				l	<u>10²</u>	hl		
ml	<u>10</u>	cl	<u>10</u>	dl	<u>10</u>	$\frac{l}{10} = \underline{10^{-1}}$	<u>10²</u>	hl
						dm ³		
		m ²	<u>10²</u>	a	<u>10²</u>	ha		

1 a = 100 m² (ar)

1 ha = 10 000 m² (hektar)

1 stopa = 30,48 cm

1 palec = 2,54 cm

1 hektar = 100 arů

1 hektar = 2,471 akr

1 metr = 39,37 palců

1 metr = 3,281 stop

1 metr = 1,094 yard

1 kilometr = 0,621 mil

1 kilometr = 0,54 námořní míle

1 yard = 0,914 metrů

1 yard = 36 palců

1 yard = 3 stopy

1 stopa = 12 palců

1 metrický cent = 100 kilogramů

1 tuna = 1 000 kilogramů

1 libra = 0,454 kilogramů

Příklad 1: Převedte (převod na $a \cdot 10^n$ a pak na požadované jednotky)

- a) 125 km na metry =
- b) 95 mm^2 na m^2 =
- c) $23,5 \text{ m}^3$ na cm^3 =
- d) 0,25 mg na kg =

Příklad 2:

- a) 356,72 km na m =
- b) $24,4 \text{ cm}^2$ na m^2 =
- c) 0,3 g na kg =

DÚ:

- a) 53 dm^3 na m^3 =
- b) 54,5 hl na l =

Mocniny na kalkulačce

- a) $342\,000 \cdot 28\,000\,000 =$
- b) $0,000\,264 : 13\,200\,000 =$

Jinak:

$$356,72 \text{ km} = 356720 \text{ m} = 3,5672 \cdot 10^5 \text{ m}$$

LÉPE:

$$47 \text{ cm}^2 + 8 \text{ mm}^2 (\text{dm}^2) = 0,47 + 0,0008 = 0,4708 \text{ dm}^2$$

Opakování – převody jednotek

Příklad 1: Převedte

(převod na $a \cdot 10^n$ a uveďte jednotky)

- e) 4526 km na dm =
- f) 12418 cm^3 na dm^3 =
- g) 846 hl na l =
- h) 0,003802 kg na mg =
- i) 0,0043 g na dg =
- j) 705 m na cm =
- k) 542 km^3 na m^3 =
- l) 67 mm^2 na dm^2 =

Příklad 2: Převod na $a \cdot 10^n$

- a) 987642 =
- b) 14000000 =
- c) 0,00085 =
- d) 102500 =
- e) 481000000000 =
- f) 7450 =
- g) 0,023 =
- h) 0,0000049 =
- i) 0,0000000055 =
- j) 70030000 =
- k) 1100000 =
- l) 20200 =