

MNOŽINY

Množina je souhrn nějakých předmětů (objektů) např.: osob, zvířat, čísel, přímek, rovnic,

Předměty (objekty), které dohromady vytváří množinu, nazýváme **PRVKY** dané množiny.

Množiny označujeme velkými písmeny: $A, B, \dots$

Zapisujeme $x \in A$ a čteme „ x je prvkem množiny A “
 $y \notin A$ „ y není prvkem množiny A “

Množinu určujeme:

- a) výčtem jejích prvků
(nezáleží na pořadí, ale každý prvek musí být uveden jen jednou!)

$$A = \{1; 2; 3\} \text{ ale také } A = \{2; 3; 1\}$$

- b) uvedením charakteristické vlastnosti

$$A = \{x \in \mathbb{N}; x < 4\} = \text{konečný počet prvků}$$

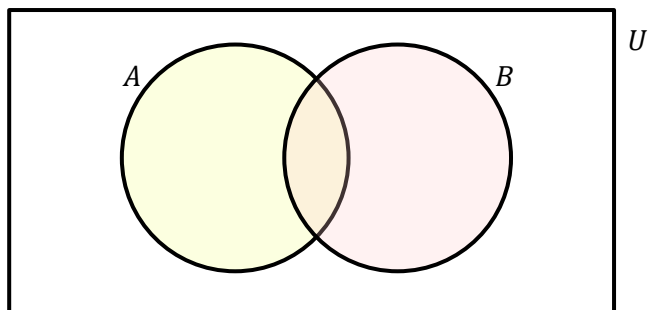
....množina všech přirozených čísel menších než čtyři

$$B = \{x \in \mathbb{N}; x > 3\} = \text{nekonečná množina}$$

- c) prázdná množina = neobsahuje žádný prvek

označení $\emptyset$ nebo $\{\}$

- d) grafické vyjádření množin pomocí tzv. **VENNOVÝCH diagramů**



$U = \text{základní množina}$

Příklady: Zapiš správně množinu

a) $A = \left\{1; 2^2; 4; \frac{1}{2}; 0,5; 3\right\}$

b) $B = \{0; 6; 9; 3^2; \sqrt{9}; 5; 3\}$

c) $C = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{6}; \frac{1}{6}; \frac{4}{8}; \frac{2}{8}\right\}$

d) $D = \{1; 3; 8; 9; 2; 3; 1\}$

e) $E = \{2; 4; 8; 16; 4^2; 2^2; \sqrt{16}; \sqrt{4}; 15\}$

f) $F = \left\{0; \frac{3}{4}; 2; 0,75; \sqrt{4}\right\}$

Příklady: Vypiš prvky množiny

- a) $A = \{x \in \mathbb{N}; x < 3\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N}; x > 2 \wedge x < 7\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 5\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{Z}; x > -1 \wedge x < 4\}$
- e) $E = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq -2 \wedge x \leq 2\}$
- f) $F = \{x \in \mathbb{N}; x < 5\}$
- g) $G = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 7\}$
- h) $H = \{x \in \mathbb{Z}; x > 1 \wedge x \leq 9\}$

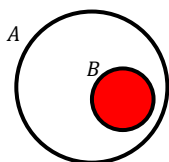
↑
patří či náleží

↑
a zároveň

OPERACE S MNOŽINAMI

1) PODMNOŽINA $B \subset A$

B je podmnožinou A , když každý prvek množiny B je zároveň prvkem množiny A (a přitom se sobě nerovnájí).



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

- PAMATUJ:**
- a) Každá množina je podmnožinou sebe sama, platí $A \subset A$.
 - b) Prázdná množina je podmnožinou každé množiny $\emptyset \subset A$.

Příklady podmnožin: platí $B \subset A$?

- a) $B = \{3; 4\}$ a $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
- b) $B = \{2\}$ a $A = \{1; 2; 3\}$
- c) $B = \{4\}$ a $A = \{1; 2; 3; 5\}$
- d) $B = \emptyset$ a $A = \{1; 2; 3; 4\}$
- e) $B = \{1; 2; 3\}$ a $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$
- f) $B = \{2; 3; 4; 5\}$ a $A = \{1; 2; 5; 4; 3; 6\}$
- g) $B = \{1; 5; 8\}$ a $A = \{2; 1; 4; 6; 8; 7; 3; 9\}$
- h) $B = \{4; 8; 5; 1; 3\}$ a $A = \{2; 9; 11; 5; 7; 3; 4; 12; 8; 1\}$

Příklady: Zapiš všechny podmnožiny množiny

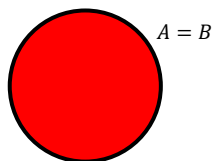
- a) $\{2; 4\}$
- b) $\{1; 3; 5\}$
- c) $\{1; 2; 3; 4\}$
- d) $\{5; 7; 8; 9\}$
- e) $\{1; 2; 5; 6; 9\}$
- f) $\{1; 2; 3\}$

2) ROVNOST

$$A = B$$

Každý prvek množiny A je prvkem množiny B a zároveň každý prvek množiny B je prvkem množiny A .

To znamená, že zároveň platí: $A \subset B$ a $B \subset A$



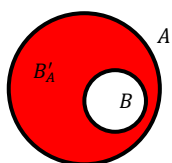
Příklady: $A = B$?

- a) $A = \{1; 3; 5\}$ a $B = \{1; 2; 3; 5\}$
- b) $A = \{1; 2; 3; 4\}$ a $B = \{4; 2; 1; 3\}$
- c) $A = \{1; 7; 9; 15\}$ a $B = \{1; 7; 9\}$
- d) $A = \{3; 5; 7; 9\}$ a $B = \{3; 5; 7; 9\}$

3) DOPLNĚK množiny B'_A nebo B'

Doplňek množiny B v množině A je množina všech prvků z A , které nepatří do B .

Jeli zřejmé, v jaké množině tvoříme doplněk, tak píšou pouze A' .



Příklady: Urči doplněk množiny A (B, C, D, E) v množině M

- a) $M = \{1; 2; 3; 4\}$,
 $A = \{2; 3; 4\}$ doplněk
- b) $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$,
 $B = \{1; 3; 5; 7\}$ doplněk
- c) $M = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$,
 $C = \{3; 5; 6\}$ doplněk
- d) $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$,
 $D = \{1; 3; 6; 11\}$ doplněk
- e) $M = \{1; 2; 3; 4\}$,
 $E = \{1; 2\}$ doplněk

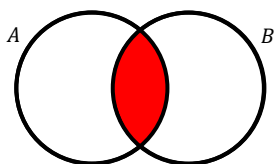
Příklady: Určete doplňky množin v množině Z a N

- a) $A = \{x \in Z; x < 3\}$ doplněk
- b) $B = \{x \in Z; x > 5\}$ doplněk
- c) $C = \{x \in N; x < 4\}$ doplněk
- d) $D = \{x \in N; x \geq 6\}$ doplněk
- e) $E = \{x \in Z; x < 1\}$ doplněk
- f) $F = N$ (v množině Z) doplněk

4) PRŮNIK množin $A \cap B$

Je to množina všech prvků, které patří zároveň do obou množin.

PAMATUJ: a) Průnik s prázdnou množinou je prázdná množina tj $A \cap \emptyset = \emptyset$.
b) Průnik 2 množin bez společných prvků $A \cap B = \emptyset$
= **DISJUNKTNÍ** množiny.



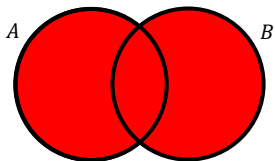
Příklady: Určete průnik množin A, B $A \cap B$

- a) $A = \{1; 3; 5\},$
 $B = \{2; 4; 6\}$
- b) $A = \{1; 2; 3; 4; 5\},$
 $B = \{3; 5; 7; 9; 11\}$
- c) $A = \{2; 5; 7; 8; 12\},$
 $B = \{1; 3; 4; 6; 8; 9\}$
- d) $A = \{2; 4; 5; 7\},$
 $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- e) $A = \{1; 7; 9; 12\},$
 $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$
- f) $A = \{x \in N; x > 3\},$
 $B = \{x \in N; x < 9\}$
- g) $A = \{x \in N; x \geq 1\},$
 $B = \{x \in N; x \leq 5\}$
- h) $A = N,$
 $B = R$
- i) $A = Z,$
 $B = R$
- j) $A = \{1; 2; 5; 8\},$
 $B = \{1; 3; 5; 7\}$
- k) $A = \{x \in N; x > 2\},$
 $B = \{x \in N; x < 7\}$
- l) $A = N,$
 $B = Z$

5) SJEDNOCENÍ množin $A \cup B$

Sjednocení je množina všech prvků, které patří aspoň do jedné z množin A, B .

PAMATUJ: Sjednocení libovolné množiny A s prázdnou množinou je množina A . (tj $A \cup \emptyset = A$)

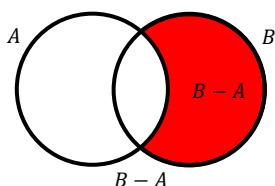
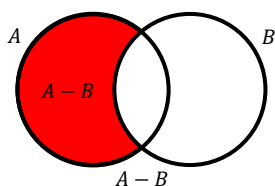


Příklady: Určete sjednocení množin A, B $A \cup B$

- a) $A = \{1; 2; 3\},$
 $B = \{3; 4; 5\}$
- b) $A = \{1; 3; 5; 7; 9\},$
 $B = \{2; 4; 5; 7\}$
- c) $A = \{3; 8; 12; 17\},$
 $B = \{9; 10; 11\}$
- d) $A = \{x \in N; x > 4\},$
 $B = \{x \in N; x < 7\}$
- e) $A = \{x \in N; x < 5\},$
 $B = \{9; 11; 13\}$
- f) $A = \{x \in N; x \leq 9\},$
 $B = \{x \in N; x \leq 3\}$
- g) $A = R,$
 $B = Z$
- h) $A = \{1; 2; 5; 8\},$
 $B = \{1; 3; 5; 7\}$
- i) $A = \{x \in N; x > 2\},$
 $B = \{x \in N; x < 7\}$
- j) $A = N,$
 $B = Z$

6) ROZDÍL množin $A - B$ nebo $A \setminus B$

Je to množina všech prvků množiny A , které nejsou prvky množiny B .
(záleží na pořadí)



Příklady: Najděte rozdíly množin A, B

- a) $A = \{1; 3; 7; 9\},$
 $B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
- b) $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\},$
 $B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$
- c) $A = \{1; 2; 3; 4; 5\},$
 $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$
- d) $A = \{1; 3; 5; 6; 8; 9\},$
 $B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 10\}$
- e) $A = \{x \in N; x > 2\},$
 $B = \{x \in N; x < 9\}$
- f) $A = \{x \in N; x \geq 4\},$
 $B = \{x \in N; x \leq 8\}$
- g) $A = \{1; 2\},$
 $B = N$
- h) $A = \{5; 6; 7; 8\},$
 $B = N$
- i) $A = \{1; 2; 5; 8\},$
 $B = \{1; 3; 5; 7\}$
- j) $A = \{x \in N; x > 2\},$
 $B = \{x \in N; x < 7\}$
- k) $A = N,$
 $B = Z$

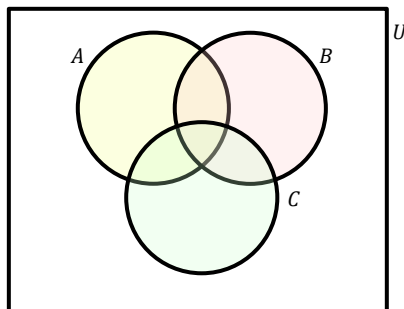
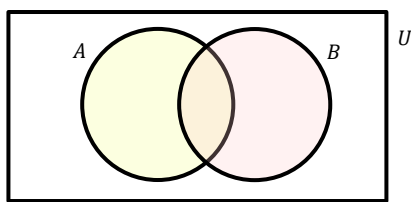
VENNOVY DIAGRAMY

(Anglický matematik)

= grafické vyjádření mezi množinami

(dávají velmi jednoduchý a názorný obraz množin, se kterými pracujeme)

U = základní množina



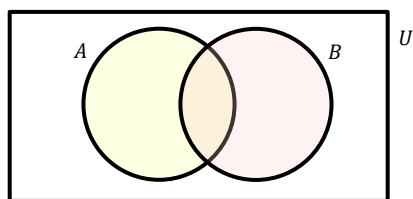
Příklady:

1) U je množina všech přirozených čísel menších 10

A je množina všech sudých čísel

B je množina všech čísel dělitelných třemi

Zakresli a doplň Vennův diagram

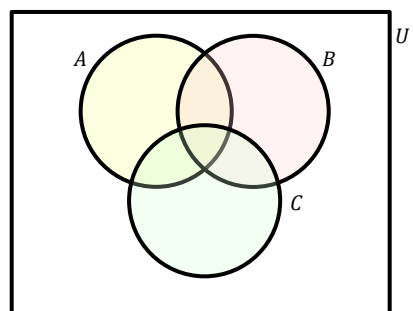


2) $U = \{x \in \mathbb{N}; x < 10\}$

A – sudé čísla

B – čísla dělitelná 3

$C = \{x \in \mathbb{N}; x < 6\}$



Využití Vennových diagramů ve slovních úlohách

Příklad: Ve třídě žáci poslouchají tyto hudební směry:

metal 15 žáků

hiphop 12 žáků

oba styly 7 žáků

Kolik žáků je ve třídě?

Příklad: Žáci sportovní školy navštěvují tyto sporty:

plavání15 žáků
házenou23 žáků
fotbal25 žáků

Z toho navštěvují:

plavání + házenou4 žáci
házenou + fotbal.....10 žáků
plavání + fotbal.....6 žáků
plavání + házenou + fotbal2 žáci

Kolik žáků je ve třídě?

Příklad: Studenti na internátu poslouchají tyto hudební směry:

disco21 studentů
hiphop17 studentů
rock.....8 studentů

Z toho poslouchají:

disco + hiphop11 studentů
disco + rock.....2 studenti
hiphop + rock.....5 studentů
všechny tři směry1 student

Kolik studentů je na internátu?

Příklad: Studenti maturitního ročníku si vybrali tyto nepovinné předměty:

matematický seminář.....23 studentů
společenské vědy27 studentů
anglickou konverzaci28 studentů

Z toho:

mat. seminář + spol. vědy5 studentů
mat. seminář + a. konverzaci6 studentů
spol. vědy + a. konverzaci.....7 studentů
všechny tři si vybrali2 studenti

Kolik studentů je v maturitním ročníku?

Příklad: Ve městě jsou dvě výstavy obrazů. V jednom dni navštívilo tu první

320 osob a druhou 216 osob. Z toho 152 osob navštívilo jen
druhou výstavu. Kolik osob navštívilo jen první výstavu?