Výsledky a řešení jarního matematického testu 2025

Podívejte se na přehled výsledků a podrobné řešení didaktického testu z matematiky 2025 – jarní termín, který byl součástí letošní státní maturity. Materiály připravené Novým Amosem vám umožní porovnat vaše odpovědi s oficiálním řešením a zjistit, jak jste si při testu vedli. **NovýAmos.cz přeje všem maturantům hodně úspěchů** a doporučuje tato data využít jako cenný podklad pro přípravu na další termíny státní maturity z matematiky. Čím více si jich předem vyzkoušíte nanečisto, tím větší je šance, že ten ostrý zvládnete s jistotou.

Stáhnout nyní

Vyřešené za

Váš obsah je připraven

Zadání didaktického

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na trhu prodávají borůvky dva prodejci.
První prodejce prodává 1 litr za 150 korun. Přitom 1 litr borůvek má hmotnost 650 g.
Druhý prodejce borůvky váží a za 0,5 kg se zaplatí 120 korun.
Zákazník koupil levnější borůvky celkem za 600 korun.

(CZVV)

1 bod

1 **Vypočtěte, za kolik korun by zákazník koupil dražší borůvky o stejné hmotnosti.**

Řešení úlohy 1

1)

U druhého prodejce zaplatíme 120 korun za 500 gramů. Vyjádříme počet gramů za jednu korunu:

$$\frac{500}{120} = \frac{50}{12} = \frac{25}{6}$$

U prvního prodejce zaplatíme 150 korun za 650 gramů. Také vyjádříme počet gramů za jednu korunu:

$$\frac{650}{150} = \frac{65}{15} = \frac{13}{3} \qquad \left(= \frac{26}{6}\right)$$

Z úpravy uvedené v závorce (rozšíření zlomku) vidíme, že levnější borůvky jsou u prvního prodejce – získáme více gramů při stejné ceně.

NovýAmos.cz

$$600 \cdot \frac{26}{6} : \frac{25}{6} = 600 \cdot \frac{26}{6} \cdot \frac{6}{25} = 624$$

Jedná se o 624 korun.

Zadání úlohy 2

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Pohyb matematického kyvadla popisuje rovnice

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

kde T je perioda kyvu kyvadla, l je délka kyvadla a g je tíhové zrychlení.

(CZVV)

1 bod

2 Z uvedené rovnice vyjádřete délku kyvadla l.

Řešení úlohy 2

2)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad /:2\pi$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Rovnici umocníme:

NovýAmos.cz

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g} \qquad /\cdot g$$

$$\boldsymbol{l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}}$$

Zadání úlohy 3

max. 2 body

3 Množina A obsahuje všechny celočíselné dělitele čísla 1470.
Množina B obsahuje všechna celá čísla z intervalu (120; 320).

Zapište všechna čísla, která jsou prvky průniku $A \cap B$ **obou množin** A, B.

Řešení úlohy 3

3)

Dělitele čísla 1 470 můžeme hledat pomocí strategie rozkladu čísla na součin dvou čísel, kde první z dvojice těchto čísel v součinu začne na čísle 1 a dále ho zvyšujeme, dokud již není možné dodržet, aby první číslo bylo menší než druhé.

Z rozkladu také můžeme určit počet dělitelů, abychom věděli, že již máme všechny:

$$1470 = 147 \cdot 10 = 7 \cdot 21 \cdot 10 = 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^2 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Jedná se o 24 dělitelů a tedy 12 dvojic v součinu.

$$1\,470 = 1 \cdot 1470 = 2 \cdot 735 = 3 \cdot 490 = 5 \cdot 294 = 6 \cdot 245 = 7 \cdot 210 = 10 \cdot 147 =$$

$$= 14 \cdot 105 = 15 \cdot 98 = 21 \cdot 70 = 30 \cdot 49 = 35 \cdot 42$$

Z uvedených dělitelů v součinu vybereme pouze ty, které jsou větší než 120 a zároveň menší než 320, protože určujeme průnik s množinou B.

$$\boldsymbol{A \cap B = \{147, 210, 245, 294\}}$$

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 4

max. 2 body

4 **Pro** $a \in \mathbf{R} \setminus \{-0{,}5; 0{,}5\}$ **zjednodušte:**

$$(1 - 2a)^2 : \left(\frac{1 + 4a^2}{1 + 2a} - 2a\right) =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení úlohy 4

4)

$$(1 - 2a)^2 : \left(\frac{1 + 4a^2}{1 + 2a} - 2a\right) = (1 - 2a)^2 : \frac{1 + 4a^2 - 2a \cdot (1 + 2a)}{1 + 2a} = (1 - 2a)^2 : \frac{1 + 4a^2 - 2a - 4a^2}{1 + 2a} =$$

$$= (1 - 2a)^2 : \frac{1 - 2a}{1 + 2a} = (1 - 2a)^2 \cdot \frac{1 + 2a}{1 - 2a} = (1 - 2a) \cdot (1 + 2a) = \boldsymbol{1 - 4a^2}$$

Zadání úlohy 5

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

V našem autě lze používat dva druhy paliva – běžné nebo power.

Průměrná spotřeba paliva na 100 km jízdy našeho auta je při používání běžného paliva 6,5 litru, ale při používání power paliva se sníží na 5,8 litru.
Jeden litr běžného paliva jsme nakupovali vždy za 34,80 korun, zatímco cena 1 litru power paliva byla o x korun vyšší než cena 1 litru běžného paliva.

(CZVV)

max. 2 body

5 Naším autem jsme pravidelně jezdili trasu dlouhou d km.

5.1 **Vyjádřete výrazem** s proměnnou d, kolik korun jsme v průměru zaplatili za běžné palivo spotřebované naším autem na této trase.

5.2 **Vyjádřete výrazem** s proměnnými x a d, kolik korun jsme v průměru zaplatili za power palivo spotřebované naším autem na této trase.

Řešení úlohy 5

5)

5.1)

Jeli jsme d km, kolik platíme za běžné

Ujetou vzdálenost vydělíme 100 a výsledek vynásobíme hodnotou 6,5 litrů. Tolik litrů bylo spotřebováno a tuto hodnotu nakonec vynásobíme cenou za litr.

$$\frac{d}{100} \cdot 6{,}5 \cdot 34{,}80 = \mathbf{2{,}262\ d}$$

5.2)

$$\frac{d}{100} \cdot 5{,}8 \cdot (34{,}80 + x) = \frac{d \cdot 5{,}8 \cdot 34{,}8}{100} + \frac{d \cdot x \cdot 5{,}8}{100} = \mathbf{2{,}0184\ d + 0{,}058\ dx}$$

S případným vytknutím:

$$0{,}058d \cdot (34{,}8 + x)$$

Zadání úlohy 6

1 bod

6 Za palivo spotřebované naším autem jsme na téže trase zaplatili při použití běžného paliva stejnou částku jako při použití power paliva.

Vypočtěte, o kolik korun byl 1 litr power paliva dražší než 1 litr běžného paliva.

Řešení úlohy 6

6)

$$2{,}262\,d = 2{,}0184\,d + 0{,}058\,dx$$

$$0{,}2436\,d = 0{,}058\,dx \quad /:0{,}058\,d$$

$$4{,}2 = x$$

Byl dražší o 4,2 koruny.

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 7

max. 2 body

7 **Pro $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ a $z \in \mathbb{R}$ řešte soustavu:**

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 15 \\ x - 2y + z &= 3 \\ 2x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení úlohy 7

7)

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 15 \\ x - 2y + z &= 3 \\ 2x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

Od první rovnice odečteme druhou:

$$4y = 12 \quad \rightarrow \quad y = 3$$

Tuto hodnotu dosadíme do druhé rovnice a řešíme soustavu dvou rovnic – této rovnice a původní třetí rovnice:

$$\begin{aligned} x - 6 + z &= 3 \\ 2x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + z &= 9 \quad /\cdot(-2) \\ 2x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x - 2z &= -18 \\ 2x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

Rovnice nyní sečteme:

$$z = -9$$

$$2x + 3z = 9$$

$$2x - 27 = 9$$

$$2x = 36 \quad \rightarrow \quad x = 18$$

Zapíšeme řešení:

$$[\mathbf{18};\ \mathbf{3};\ \mathbf{-9}]$$

Zadání úlohy 8

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Průměrný plat všech zaměstnanců v oddělení je 46 200 korun.

Seniorní zaměstnanci tvoří třetinu všech zaměstnanců v oddělení a jejich průměrný plat je o 6 000 korun vyšší než průměrný plat zbývajících zaměstnanců v oddělení.

(CZVV)

max. 2 body

8 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte průměrný plat seniorních zaměstnanců.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení úlohy 8

8)

46 200 průměr, senioři třetina – průměr o 6000 větší než průměr zbytku

Označme počet lidí v zaměstnání x a průměrný plat neseniorních zaměstnanců y, pak platí rovnice:

$$\frac{\frac{x}{3}\cdot(y+6\,000)+\frac{2x}{3}\cdot y}{x}=46\,200 \quad /\cdot x$$

$$\frac{x}{3}(y+6\,000)+\frac{2xy}{3}=46\,200x$$

$$\frac{xy}{3}+2\,000x+\frac{2xy}{3}=46\,200x$$

$$xy=44\,200\,x \quad /:x$$

Počet zaměstnanců je nenulový – proto rovnici můžeme vydělit x.

$$y=44\,200$$

$$44\,200+6\,000=50\,200$$

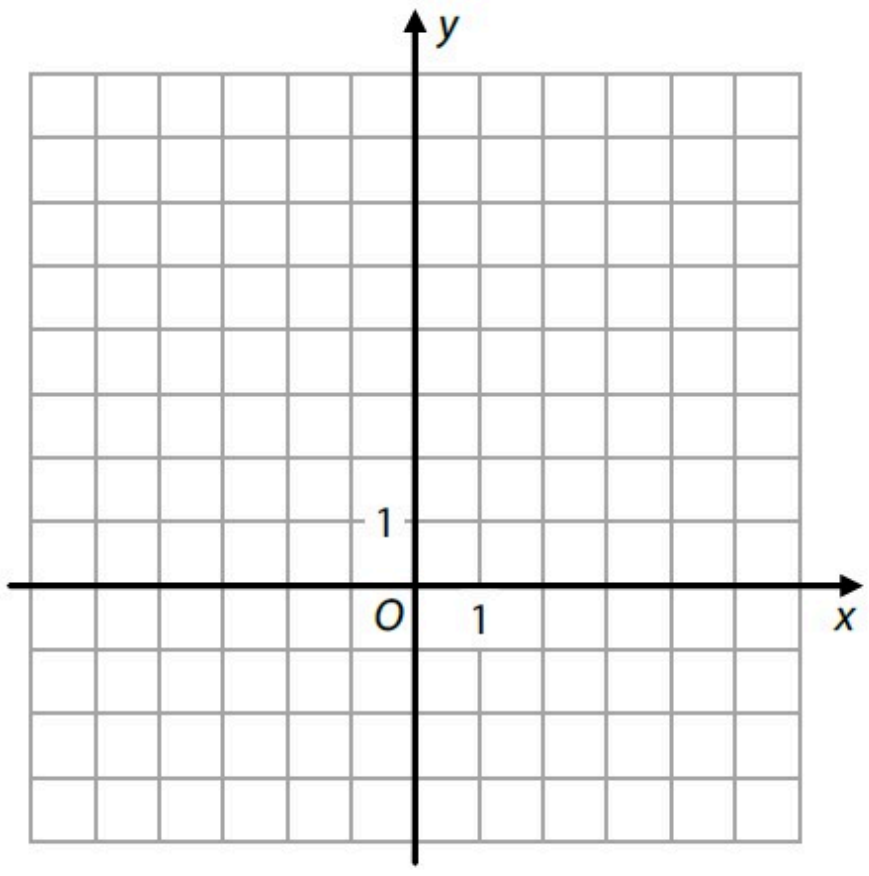
Průměrný plat seniorních zaměstnanců je 50 200 Kč.

NovyAmos.cz

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Kvadratická funkce $f: y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* má graf lineární funkce g s grafem funkce f právě dva společné body: $A[4; a_2]$, $B[0; b_2]$.



(*CZVV*)

max. 2 body

9

9.1 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* sestrojte graf kvadratické funkce f.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

9.2 Sestavte předpis lineární funkce g.

Řešení úlohy 9

9)

9.1)

Při nákesu funkce si řídíme především faktem, že kvadratický koeficient je kladný, tudíž bude parabola otevřená směrem nahoru a dále pro nákres pomůže výpočet průsečíků s osami.

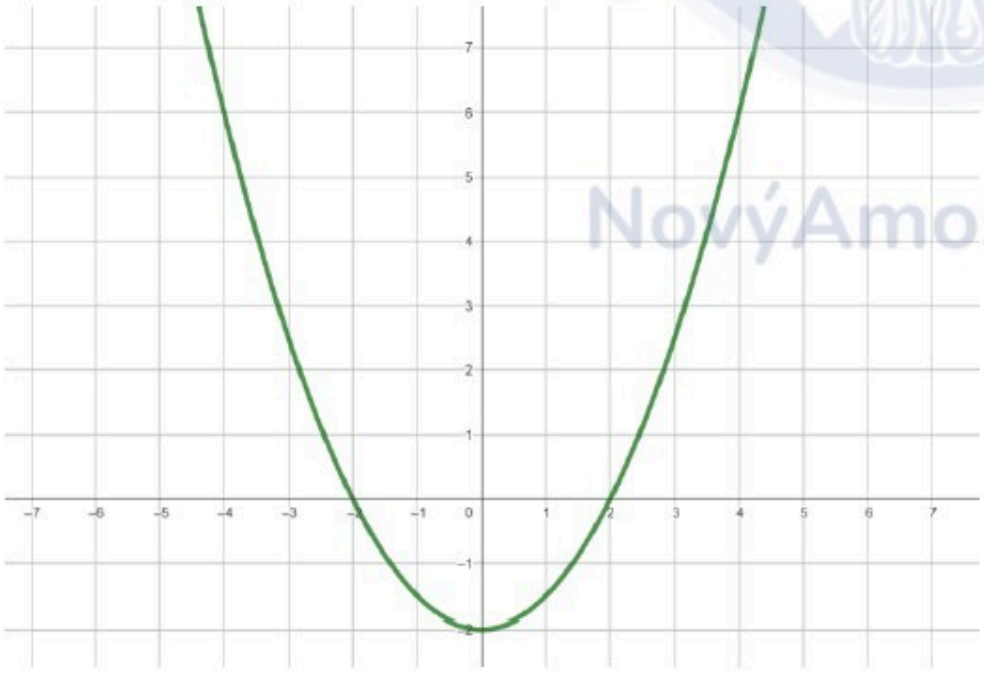
Absolutní člen je roven -2, což je zároveň hodnota průsečíku funkce s osou y a umístění vrcholu paraboly. Průsečíky s osou x vypočítáme:

$$\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 2$$

$$x^2 = 4 \quad \rightarrow \quad x = \pm 2$$

Nákres vypadá následovně:



9.2)

$$y = ax + b$$

Hledáme hodnoty a, b. Uvedené body A, B leží zároveň na kvadrické funkci, takže můžeme dopočítat jejich souřadnice:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 2 = 6$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2 = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 = -2$$

$$A[4; 6], \quad B[0; -2]$$

Do obecného předpisu linární funkce tyto hodnoty dosadíme a vzniká soustava rovnic:

$$6 = 4a + b$$
$$-2 = b$$

$$6 = 4a - 2$$

$$8 = 4a \quad \rightarrow \quad a = 2$$

Zapíšeme předpis hledané lineární funkce:

$$\boldsymbol{y = 2x - 2}$$

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 10

max. 2 body

10 Je dáno $x \in \mathbf{R}$, pro které platí:

$\log_4 x = 5$

Pro dané x vypočtěte:

10.1 $(\log_4 x)^3 =$

10.2 $\log_4 x^3 =$

Řešení úlohy 10

10)

$$\log_4 x = 5 \quad \rightarrow \quad 4^5 = x$$

$$x = 2^{10} = 1024$$

10.1)

$$(\log_4 x)^3 = 5^3 = \mathbf{125}$$

10.2)

$$\log_4 x^3 = \log_4 (2^{10})^3 = \log_4 2^{30} = 30 \cdot \log_4 2 = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15$$

NovýAmos.cz

Nebo:

$$\log_4 x^3 = 3 \cdot \log_4 x = 3 \cdot 5 = \mathbf{15}$$

Zadání úlohy 11

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou dány dvě rovnoběžné přímky *p*, *q*.
Přímka *p* je určena rovnicí $x + 2y + 4 = 0$, přímka *q* prochází bodem $Q[1; 0]$.

(CZVV)

max. 2 body

11

11.1 Zapište obecnou rovnici přímky *q*.

11.2 Vypočtěte vzdálenost přímek *p*, *q*.

Řešení úlohy 11

11)

11.1)

$$q: x + 2y + c = 0$$

Dosadíme bod Q:

$$1 + 2 \cdot 0 + c = 0$$

$$c = -1$$

$$\boldsymbol{q: x + 2y - 1 = 0}$$

NovýAmos.cz

11.2)

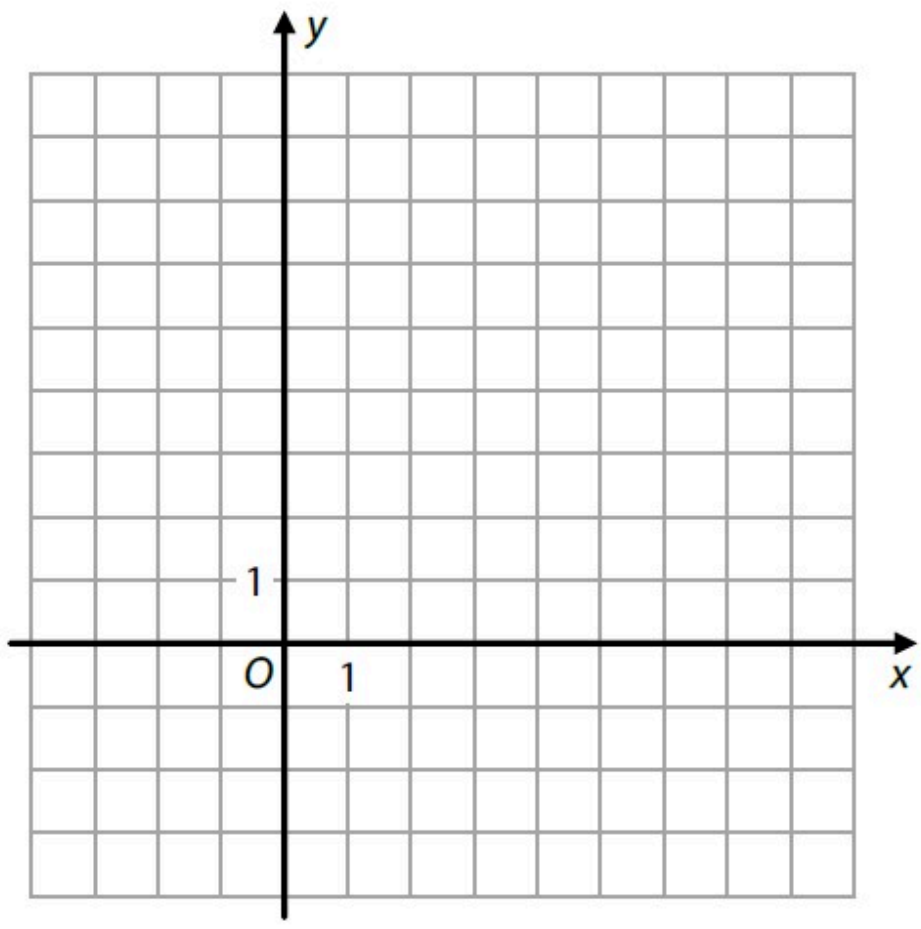
$$v(p,q) = v(Q,p) = \frac{|1 + 2 \cdot 0 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \boldsymbol{\sqrt{5}}$$

Zadání úlohy 12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je dán bod $A[-1; 4]$.

Bod $B[3; b_2]$ je umístěn tak, že vektor $\vec{u} = B - A$ má velikost 5.



(CZVV)

max. 2 body

12 **Určete souřadnice bodu *B*.**

U každého bodu *B*, který splňuje dané podmínky, zapište obě souřadnice.

Řešení úlohy 12

12)

$$\vec{u} = (3 - (-1); b_2 - 4) = (4; b_2 - 4)$$

$$|\vec{u}| = 5$$

$$\sqrt{4^2 + (b_2 - 4)^2} = 5$$

$$16 + (b_2 - 4)^2 = 25$$

$$(b_2 - 4)^2 = 9$$

$$b_2 - 4 = \pm 3$$

$$b_2 = 4 \pm 3$$

Hodnota b_2 může být 7 nebo 1.

$$B_1[3; 7]$$

$$B_2[3; 1]$$

Zadání úlohy 13

max. 2 body

13 V nekonečné geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$a_3 = 5, \qquad \frac{a_4}{a_2} = 9$$

13.1 Vypočtěte pátý člen a_5 posloupnosti.

13.2 Určete, kolikrát větší je součet členů $a_5 + a_6$ než součet členů $a_1 + a_2$.

Řešení úlohy 13

13)

13.1)

$$\frac{a_4}{a_2} = 9$$

$$\frac{a_2 \cdot q^2}{a_2} = 9$$

$$q^2 = 9 \;\rightarrow\; q = \pm 3$$

$$a_5 = a_3 \cdot q^2 = 5 \cdot (\pm 3)^2 = 5 \cdot 9$$

$$\boldsymbol{a_5 = 45}$$

NovýAmos.cz

13.2)

$$\frac{a_5 + a_6}{a_1 + a_2} = \frac{a_5 + a_5 \cdot q}{a_1 + a_1 \cdot q} = \frac{a_5 \cdot (1+q)}{a_1 \cdot (1+q)} = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 \cdot q^4}{a_1} = q^4 = (\pm 3)^4 = \mathbf{81}$$

Zadání úlohy 14

max. 2 body

14 V kosočtverci je velikost výšky ku délce strany v poměru 3 : 8.

Vypočtěte velikost φ ostrého vnitřního úhlu kosočtverce.
Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení úlohy 14

14)

$$\frac{v}{a} = \frac{3}{8}$$

Umístěním výšky do jednoho z vrcholů ohraničíme pravoúhlý trojúhelník. Pro úhel kosočtverce tak platí:

$$\sin\varphi = \frac{v}{a}$$

$$\sin\varphi = \frac{3}{8}$$

$$\varphi = \arcsin\frac{3}{8}$$

NovýAmos.cz

$$\boldsymbol{\varphi \doteq 22^\circ}$$

Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

První hrací kostka je šestistěnná a může na ní padnout kterékoli z čísel 1 až 6, a to se stejnou pravděpodobností. Druhá kostka je osmistěnná a může na ní padnout kterékoli z čísel 1 až 8, a to se stejnou pravděpodobností.

Při hodu oběma kostkami uvažujme následující jevy:
Jev X: Na obou kostkách padne liché číslo.
Jev Y: Součet čísel, která padnou na kostkách, je lichý.
Jev Z: Součet čísel, která padnou na kostkách, je sudý.

(CZVV)

max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
15.1	Pravděpodobnost jevu X je 0,25.	☐	☐
15.2	Pravděpodobnost jevu Y je stejná jako pravděpodobnost jevu X.	☐	☐
15.3	Pravděpodobnost jevu Z je větší než pravděpodobnost jevu Y.	☐	☐

Řešení úlohy 15

15)

15.1)

Na šestistěnné kostce musí padnout $1, 3, 5$ a na osmistěnné $1, 3, 5, 7$. Spočítáme podíl těchto kombinací vůči všem:

$$\frac{3 \cdot 4}{6 \cdot 8} = \frac{1}{4}$$

15.1 *A*

15.2)

Součet je lichý, pokud je jedna z hodnot lichá a druhá sudá. Při počítání této pravděpodobnosti musíme také uvážit obměnu rolí na kostkách, tedy:

$$\frac{3 \cdot 4 + 4 \cdot 3}{6 \cdot 8} = \frac{12 + 12}{48} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

15.2 *N*

NovýAmos.cz

15.3)

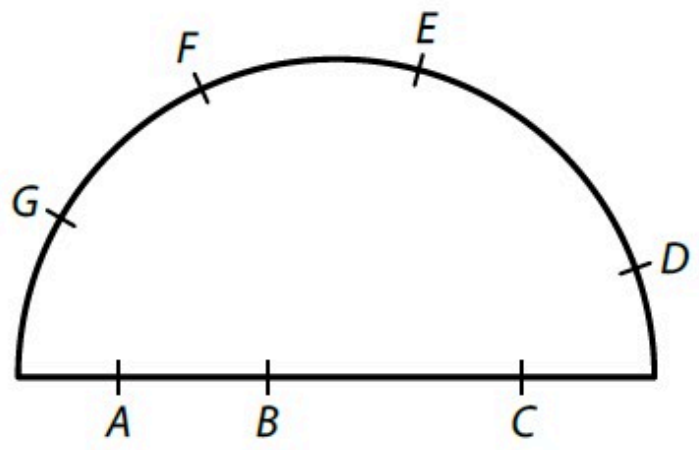
Součet na kostkách může být pouze sudý nebo lichý a protože jsme v 15.2 spočítali, že je 50% šance na lichý součet, musí být také 50% šance na sudý součet.

15.3 *N*

Zadání úlohy 16

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

V rovině leží půlkruh. Jeho hranice se skládá z úsečky a půlkružnice.
Na hranici půlkruhu je umístěno 7 různých bodů tak, že tři body *A*, *B*, *C* leží na úsečce a zbývající čtyři body *D*, *E*, *F*, *G* leží na půlkružnici.



(*CZVV*)

2 body

16 **Kolik různých přímek obsahuje vždy alespoň dva z uvedených 7 bodů?**

A) 15 přímek

B) 17 přímek

C) 19 přímek

D) 21 přímek

E) jiný počet přímek

Řešení úlohy 16

16)

Každý ze 7 bodů může být propojen s dalšími 6. Tento počet vydělíme 2 (např. přímka GF je FG a podobně).

Uvažujme označení každé přímky v abecedním pořadí. Potom zbývá vyřadit dvě přímky ze tří přímek AB, BC, AC, protože se jedná o shodné přímky

$$\frac{7 \cdot 6}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$21 - 2 = 19$$

16 *C*

Zadání úlohy 17

2 body

17 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou dány nenulové vektory $\vec{u} = (12; -8), \vec{v} = (a^2; a)$.

Pro které $a \in$ R jsou vektory $\vec{u}, \vec{v}$ navzájem kolmé?

A) $a = 0{,}25$

B) $a = 0{,}3$

C) $a = 0{,}\overline{6}$

D) $a = 1{,}5$

E) pro žádnou z uvedených hodnot a

Řešení úlohy 17

17)

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$(12; -8) \cdot (a^2; a) = 0$$

$$12a^2 - 8a = 0$$

$$4a \cdot (3a - 2) = 0$$

Hodnota a musí být nenulová:

$$3a - 2 = 0$$

$$3a = 2$$

$$a = \frac{2}{3}$$

17 C

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Trojcípé šátky mají tvar rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku. Kratší strana menšího šátku má délku 50 cm. Obsah většího šátku je o 125 % větší než obsah menšího šátku.

(CZVV)

2 body

18 Jak dlouhá je delší strana většího šátku?

Výsledky jsou zaokrouhleny na celé cm.

A) 63 cm

B) 71 cm

C) 88 cm

D) 106 cm

E) 159 cm

Řešení úlohy 18

18)

Určíme obsah menšího šátku:

$$\frac{50 \cdot 50}{2} = 1\,250\ cm^2$$

Tuto hodnotu zvětšíme o 125 %. Hledáme tedy hodnotu rovnu 225 % obsahu malého šátku:

$$1\,250 \cdot 2{,}25 = 2\,812{,}5\ cm^2$$

Určíme délku kratší strany většího šátku – v rovnici označena x:

$$\frac{x \cdot x}{2} = 2\,812{,}5$$

$$x^2 = 5625$$

$$x = 75$$

Určíme délku delší strany většího šátku (Pythagorova věta):

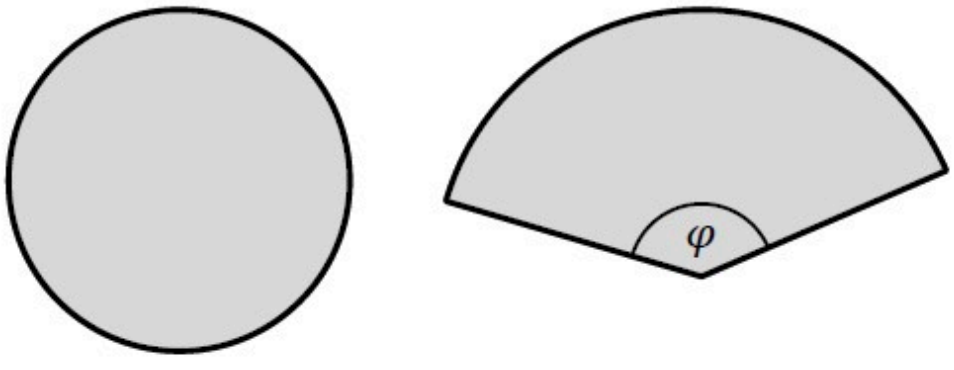
$$\sqrt{75^2 + 75^2} = \sqrt{5625 + 5625} = \sqrt{11\,250} \doteq 106\ cm$$

18 *D*

NovyAmos.cz

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Kruh s poloměrem r má stejný obsah jako kruhová výseč se středovým úhlem φ a poloměrem $\frac{3}{2}r$.



(CZVV)

2 body

19 Jakou velikost má úhel φ?

A) 120°

B) 160°

C) 200°

D) 240°

E) jinou velikost

Řešení úlohy 19

19)

Vzorec pro obsah kruhu:

$$S_1 = \pi r^2$$

Vzorec pro obsah kruhové výseče:

$$S = \pi r^2 \cdot \frac{\varphi}{360°}$$

Obecný vzorec pro obsah kruhové výseče upravíme, abychom poté mohli dát do rovnosti vzorec. Musí se jednat o stejnou neznámou r.

$$S_2 = \pi \left(\frac{3}{2} r\right)^2 \cdot \frac{\varphi}{360°}$$

Vzorce dáme do rovnosti:

$$S_1 = S_2$$

$$\pi r^2 = \pi \left(\frac{3}{2} r\right)^2 \cdot \frac{\varphi}{360°}$$

$$\pi r^2 = \frac{9\pi r^2}{4} \cdot \frac{\varphi}{360°} \quad /: \pi r^2$$

$$1 = \frac{9}{4} \cdot \frac{\varphi}{360°}$$

$$1 = \frac{9\varphi}{1\,440°}$$

$$1\,440° = 9\varphi$$

$$\varphi = 160°$$

19 *B*

Zadání úlohy 20

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Vnitřní prostor nádoby má tvar rotačního válce s podstavou o průměru 12 cm a výškou 16 cm. Hladina vody v nádobě je ve výšce 11 cm ode dna. Do nádoby vhodíme kovovou kuličku o poloměru 3 cm. Kulička klesne ke dnu a hladina vody v nádobě stoupne.

(CZVV)

2 body

20 O kolik stoupne hladina vody v nádobě po vhození kuličky?

A) o 2,00 cm

B) o 1,50 cm

C) o 1,25 cm

D) o 1,00 cm

E) o 0,50 cm

Řešení úlohy 20

20)

Objem vhozené kuličky způsobí že hladina vody stoupne. Tento přírůstek je také válec vody. Jeho objem se rovná objemu vhozené kuličky a cílem je určit jeho výšku.

Určíme tedy objem kuličky:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi\ cm^3$$

Nyní najdeme výšku příslušného válce. V následující rovnice je r poloměrem válcové nádoby a výška v je výškou válec vody, který znamená nárust vody ve válci:

$$\pi r^2 v = 36\pi$$

$$\pi \cdot 6^2 \cdot v = 36\pi \quad /:\pi$$

$$36v = 36$$

$$v = 1\ cm$$

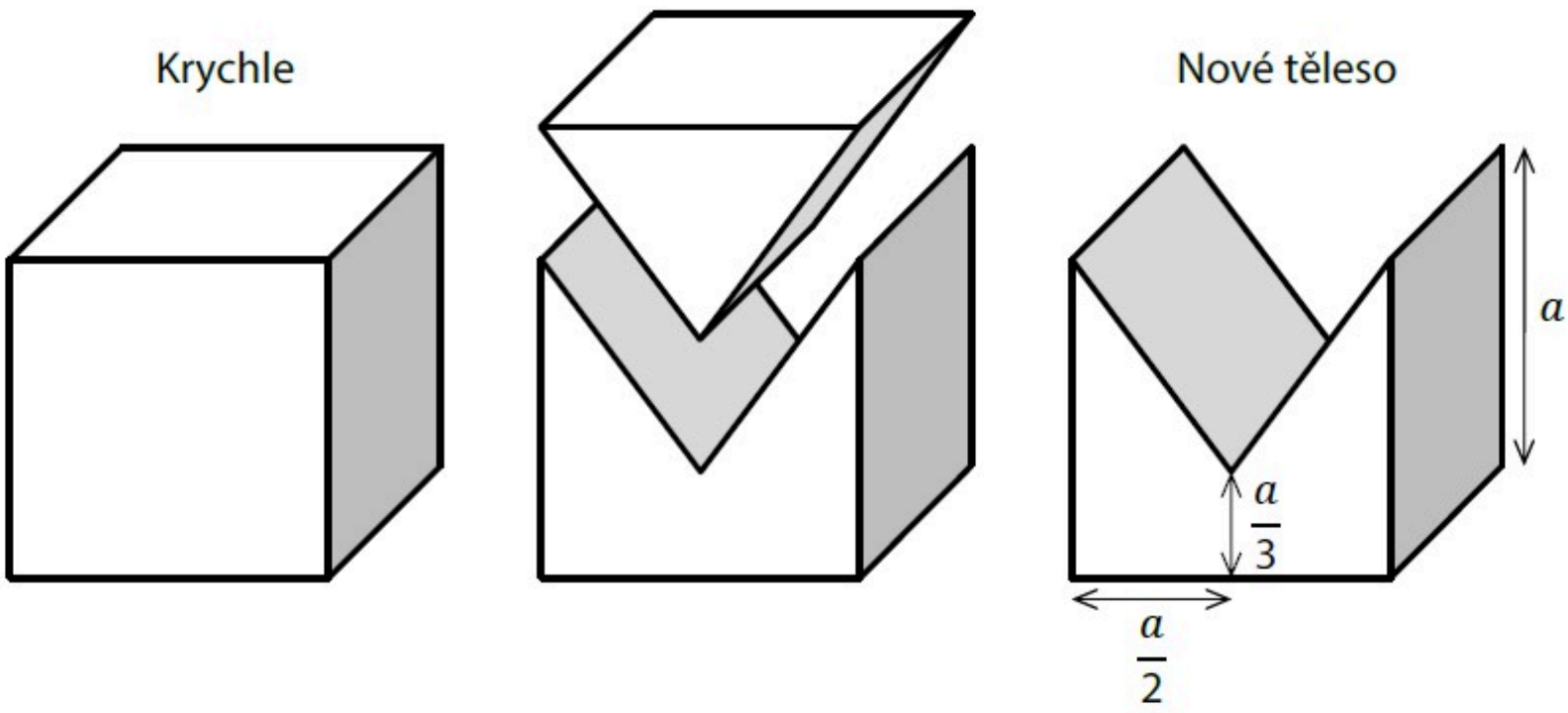
20 D

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Z krychle s hranou délky a byl dvěma šikmými řezy oddělen trojboký hranol, a vzniklo tak nové těleso (viz obrázek).



(CZVV)

2 body

21 **Jaký je poměr povrchu krychle ku povrchu nového tělesa (v tomto pořadí)?**

A) 1 : 1

B) 9 : 10

C) 6 : 7

D) 5 : 6

E) 3 : 5

Řešení úlohy 21

21)

Původní povrch krychle:

$$S_1 = 6a^2$$

Povrch nového tělesa se skládá z původních tří čtvercových stěn krychle a dalších 4 stěn.

Určíme obsah přední (a zadní) stěny. Jedná se o obsah čtverce od kterého odečteme obsah trojúhelníku s pomocí uvedených rozměrů:

$$a^2 - \frac{a \cdot \frac{2}{3}a}{2} = a^2 - \frac{\frac{2a^2}{3}}{2} = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3}$$

Do povrchu nového tělesa musíme také přičíst obsahy dvou vzniklých obdélníků. Jeden z jejich rozměrů je a a druhý rozměr vyjádříme pomocí Pythagorovy věty:

$$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{a}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{3a - a}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{4a^2}{9}} = \sqrt{\frac{9a^2 + 16a^2}{36}} = \sqrt{\frac{25a^2}{36}} = \frac{5a}{6}$$

Vyjádříme povrch nového tělesa, tedy součet obsahů 3 čtvercových stěn, přední a zadní stěny a dvou vzniklých obdélníků:

NovýAmos.cz

$$S_2 = 3a^2 + 2 \cdot \frac{2a^2}{3} + 2 \cdot a \cdot \frac{5a}{6}$$

$$S_2 = 3a^2 + \frac{4a^2}{3} + \frac{10a^2}{6} = \frac{18a^2 + 8a^2 + 10a^2}{6} = \frac{36a^2}{6} = 6a^2$$

Určíme požadovaný poměr:

$$S_1 : S_2 = 6a^2 : 6a^2 = 1 : 1$$

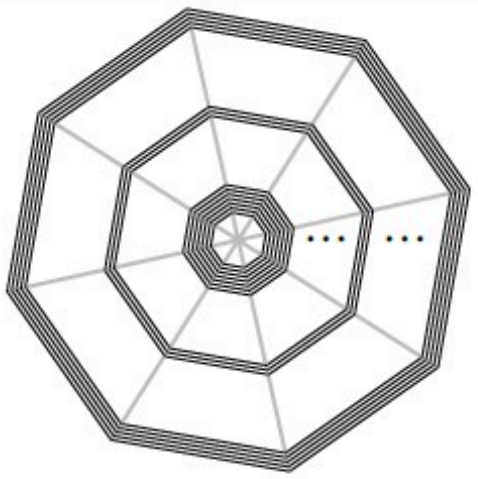
21 *A*

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

V husté dekorační pavučině jsou na drátěné konstrukci napnutá vlákna. Každé vlákno je napnuto kolem dokola a připevněno ke všem drátům konstrukce.

Nejkratší vlákno je nejblíže středu a jeho délka je 24 cm.
Každé další vlákno je o 4 mm delší než předchozí.
Poslední vlákno napnuté po obvodu pavučiny má délku 2 m.



(CZVV)

2 body

22 Kolik vláken je celkem použito v dekorační pavučině?

A) méně než 450 vláken

B) 450 vláken

C) 500 vláken

D) 550 vláken

E) více než 550 vláken

Řešení úlohy 22

22)

Jedná se o aritmetickou posloupnost. Chceme určit počet členů.

$$a_1 = 24$$

$$d = 0{,}4$$

$$a_n = 200$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$200 = 24 + (n-1) \cdot 0{,}4$$

$$200 = 24 + 0{,}4n - 0{,}4$$

$$176{,}4 = 0{,}4n$$

$$n = 441$$

22 *A*

Zadání úlohy 23

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Růst počtu bakterií byl za stálých podmínek exponenciální.
Za každých 24 hodin vzrostl počet bakterií 64krát.

(CZVV)

2 body

23 Za jak dlouho vzrostl počet bakterií 4krát?

A) za 1,5 hodiny

B) za 4 hodiny

C) za 6 hodin

D) za 8 hodin

E) za jinou dobu

Řešení úlohy 23

23)

Pro čas x a počet bakterií y můžeme zapsat funkci (K je neznámé číslo) :

$$y = K \cdot a^x$$

Za 24 hodin byl růst 64 krát

$$64y = K \cdot a^{x+24}$$

Dosadíme předpis do odvozeného vztahu:

$$64 \cdot K \cdot a^x = K \cdot a^{x+24}$$

$$64 \cdot K \cdot a^x = K \cdot a^x \cdot a^{24} \quad /:(K \cdot a^x)$$

$$64 = a^{24}$$

$$a = \sqrt[24]{64} = \sqrt[24]{2^6} = 2^{\frac{6}{24}} = 2^{\frac{1}{4}}$$

Nyní hledáme za jak dlouho (značeno t) stoupne počet bakterií čtyřikrát, přičemž známe hodnotu a.

$$4y = K \cdot a^{x+t}$$

$$4y = K \cdot \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^{x+t}$$

Opět dosadíme původní předpis a dosadíme hodnotu a:

$$4 \cdot K \cdot \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^x = K \cdot \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^{x+t}$$

$$4 \cdot K \cdot 2^{\frac{x}{4}} = K \cdot 2^{\frac{x}{4}} \cdot 2^{\frac{t}{4}} \quad /: \left(K \cdot 2^{\frac{x}{4}}\right)$$

$$4 = 2^{\frac{t}{4}}$$

$$2^2 = 2^{\frac{t}{4}}$$

$$\frac{t}{4} = 2 \quad \rightarrow \quad t = 8h$$

23 D

NovýAmos.cz

Zadání úlohy 24

2 body

24 Je dána rovnice s neznámou $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$:

$$\operatorname{tg} x = 3 \cdot \operatorname{cotg} x$$

Kolik řešení má daná rovnice v uvedeném intervalu?

A) žádné

B) jedno

C) dvě

D) tři

E) čtyři

Řešení úlohy 24

24)

$$\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{cotg} x$$

Hodnota $\operatorname{tg} x$ je nenulová.

$$\operatorname{tg} x = 3 \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} x} \quad / \cdot \operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{tg}^2 x = 3$$

$$\operatorname{tg} x = \pm\sqrt{3}$$

$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ $x' = 60°$ Řešení v prvním a třetím kvadrantu: $x_1 = x' = 60°$ $x_2 = 180° + x' = 180° + 60° = 240°$	$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ $x' = 60°$ Řešení v druhém a čtvrtém kvadrantu: $x_3 = 180° - x' = 180° - 60° = 120°$ $x_4 = 360° - x' = 360° - 60° = 300°$

NovýAmos.cz

Rovnice má 4 řešení (všechna tato řešení splňují aby byl $\operatorname{tg} x$ nenulový).

24 *E*

Zadání úlohy 25

max. 4 body

25 Přiřaďte ke každému intervalu (25.1–25.2) rovnici (A–F), jejíž všechna řešení v oboru R patří do tohoto intervalu.

25.1 $(-8; -2)$ _____

25.2 $(2; 8)$ _____

A) $x^2 - 6x + 10 = 0$

B) $\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(x+5)} = 0$

C) $x^2 = 4x$

D) $x^2 = 16$

E) $x^2 + 15 = 8x$

F) $(x-4)^2 = 9$

Řešení úlohy 25

25)

A)

$$x^2 - 6x + 10 = 0$$

$$D = 36 - 40 = -4$$

Rovnice nemá řešení.

B)

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(1-x)(x+5)} = 0$$

S podmínkou $x \neq 1$ a $x \neq -5$, zbývá jediná možnost vynulování pro $x = -3$

C)

$$x^2 = 4x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x-4) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

D)

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

NovýAmos.cz

E)

$$x^2 + 15 = 8x$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 3)(x - 5) = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = 5$$

F)

$$(x - 4)^2 = 9$$

$$x - 4 = \pm 3$$

$$x_1 = 1; x_2 = 7$$

NovýAmos.cz

25.1 ***B***

25.2 ***E***

Do obou možností 25.1 a 25.2 je možné doplnit také možnost A. Prázdná množina je totiž podmnožinou každé množiny.

Řešení, zadání a postupy všech matematických maturit

Všechny testy z matematiky předchozích let on-line:

testy 2025 | testy 2024 | testy 2023 | testy 2022 | testy 2021 | testy 2020 | testy 2019 | testy 2018 | testy 2017 | testy 2016 | testy 2015 | testy 2014 | testy 2013 | testy 2012 | testy 2011 | testy 2010

Řešení