Výsledky a řešení jarního matematického testu 2015

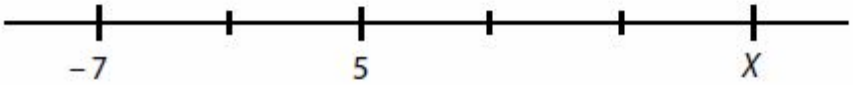
Podívejte se na postupy a detailní řešení správných odpovědí všech maturitních příkladů z **ostrého jarního didaktického testu z matematiky 2015**. Zkontrolujte si, jak jste u maturitního testu 2015 zabodovali a zda jste došli ke správným matematickým výsledkům. Řešené postupy všech maturitních úloh z jara maturity 2015 poslouží i studentům připravujícím se na maturitní termíny v následujících letech maturitních ročníků. Šiřte vzorová vypracování a sdílejte je se svými přáteli a spolužáky k užitku všech. Dobrá znalost matematiky se Vám neztratí u maturity, ani v životě.

Vyřešené zadání pro didaktický test z matematiky - jaro 2015

Zadání úlohy 1

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 1

Na číselné ose je vyznačeno 5 shodných dílů.



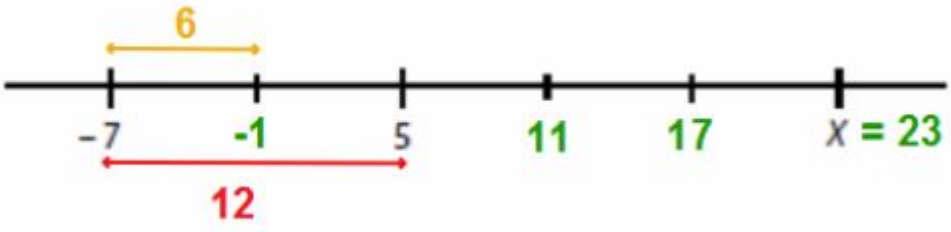
(CZVV)

1 bod

1 **Zapište číslo, jehož obrazem je bod *X*.**

Řešení úlohy 1

Úloha 1



Zadání úlohy 2

1 bod

2 **Uveďte všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je menší než 3.**

Řešení úlohy 2

Úloha 2

Všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je menší než 3 jsou: $x=\{-2;-1;0;1;2\}$

Zadání úlohy 3

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Tiskárna vytiskne k listů za n sekund ($k, n \in \mathbf{N}$).

(CZVV)

1 bod

3 **Vyjádřete v závislosti na veličinách k a n počet listů, které tiskárna vytiskne za 5 minut.**

Řešení úlohy 3

Úloha 3

$k\,(listů).....n\,(s)$

$x\,(listů).....300\,(s)$

$$\frac{x}{k}=\frac{300}{n}$$

$$x=\frac{300\,k}{n}$$

$$nebo\ x=\frac{300}{n}k$$

Zadání úlohy 4

max. 2 body

4 **Pro $a \in \mathbf{R}\setminus\{-2;2\}$ zjednodušte:**

$$(2+a)\cdot\left(\frac{8}{4-a^2}-\frac{2}{2-a}\right)=$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení úlohy 4

Úloha 4

$$(2+a)\cdot\left(\frac{8}{4-a^2}-\frac{2}{2-a}\right)=(2+a)\cdot\left(\frac{8}{(2-a)(2+a)}-\frac{2}{2-a}\right)=(2+a)\cdot\left(\frac{8-2(2+a)}{(2-a)(2+a)}\right)=$$

$$=(2+a)\cdot\left(\frac{8-4-2a}{(2-a)(2+a)}\right)=(2+a)\frac{\cdot 4-2a}{(2-a)(2+a)}=\frac{4-2a}{2-a}=\frac{2(2-a)}{2-a}=2$$

Zadání úlohy 5

max. 2 body

5 **V oboru R řešte:**

$$\frac{y-7}{4-y}-\frac{3-2y}{y-4}=0$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Řešení úlohy 5

Úloha 5

$$\frac{y-7}{4-y}-\frac{3-2y}{y-4}=0$$

$$\frac{y-7}{4-y}-\frac{3-2y}{-(-y+4)}=0$$

$$\frac{y-7}{4-y}+\frac{3-2y}{4-y}=0$$

$$\frac{y-7+3-2y}{4-y}=0$$

$$\frac{-y-4}{4-y}=0$$

$$-y-4=0$$

$$y=-4$$

podmínka řešení:

$4-y\neq 0 \qquad y-4\neq 0$

$y\neq 4 \qquad y\neq 4$

$$L:\frac{-4-7}{4-(-4)}-\frac{3-2(-4)}{-4-4}=0$$

nebo zkouška:

$P:0$

$L=P$

Zadání úlohy 6

<

max. 2 body

6 **Určete definiční obor a řešení rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$.**

$\log(2-x)=-1$

Řešení úlohy 6

Úloha 6

$$\log(2-x)=-1$$

$$\log(2-x)=\log\frac{1}{10}$$

$$2-x=0{,}1$$

$$-x=-1{,}9$$

$$x=1{,}9$$

definiční obor:

$2-x>0$

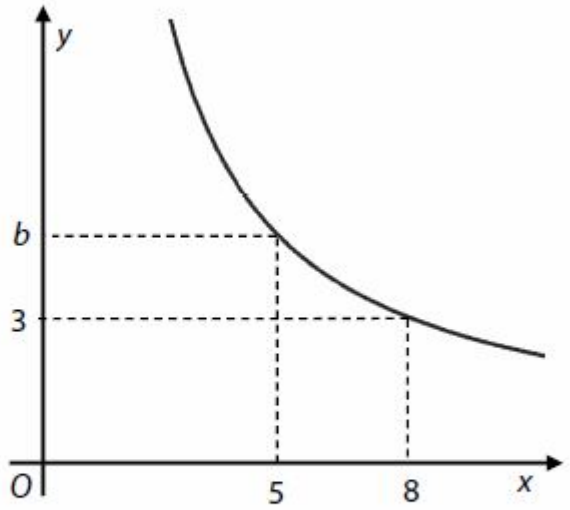
$-x>-2$

$x<2$

Zadání úlohy 7

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V soustavě souřadnic *Oxy* je sestrojena část grafu nepřímé úměrnosti.



(CZVV)

1 bod

7 Vypočtěte hodnotu b.

Řešení úlohy 7

Úloha 7

Jedná se o lineární funkci lomenou, tedy o nepřímou úměru.

8.....3

5.....b

$$\frac{b}{3}=\frac{8}{5}$$

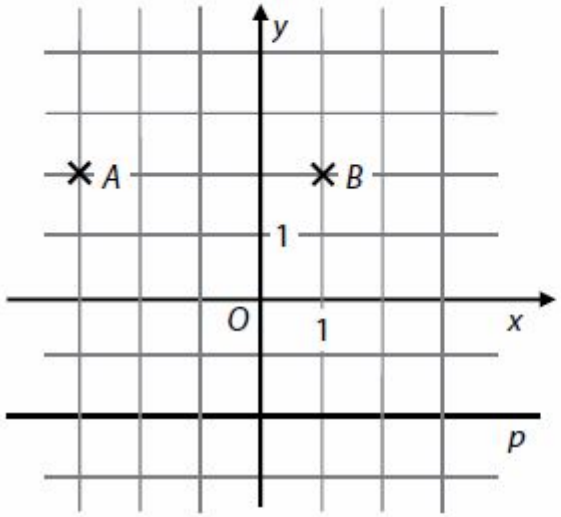
$$b=\frac{24}{5}$$

Zadání úlohy 8

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Grafem kvadratické funkce f s proměnnou $x \in \mathbf{R}$ je parabola, která prochází mřížovými body A a B.

Vrchol V paraboly leží na přímce p.



(CZVV)

max. 3 body

8

8.1 Sestrojte graf funkce f.

V záznamovém archu graf obtáhněte **propisovací tužkou**.

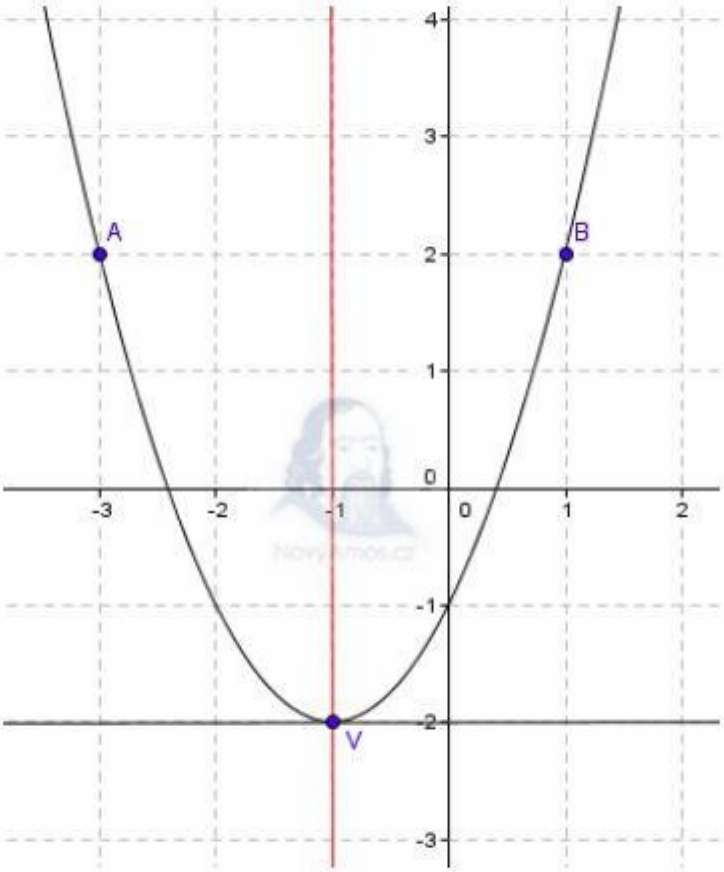
8.2 Zapište souřadnice vrcholu V grafu funkce f.

8.3 Zapište obor hodnot funkce f.

Řešení úlohy 8

Úloha 8

Vrchol kvadratické fce leží na přímce p, jedná se tedy o funkci konvexní. Kvadratická funkce je symetrická kolem „červené přímky", pak je již vrchol patrný. Graf je uveden na obrázku.



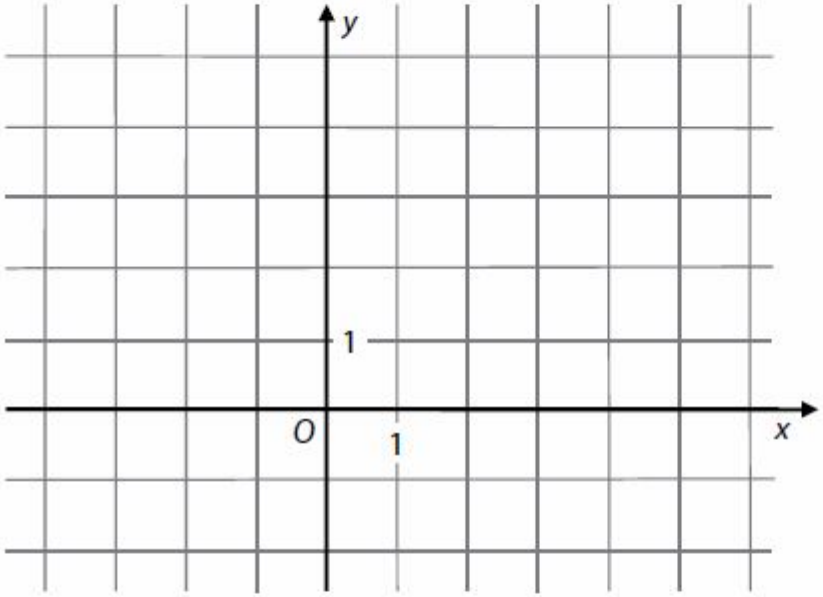
Souřadnice prcholu paraboly $V[-1;-2]$

Obor funkčních hodnot je $H(f)\in<-2;\infty)$

Zadání úlohy 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V obdélníku $ABCD$ jsou dány vrcholy $A[-2; 3]$ a $D[-1; 5]$. Vrchol B leží na souřadnicové ose x.



(CZVV)

max. 2 body

9

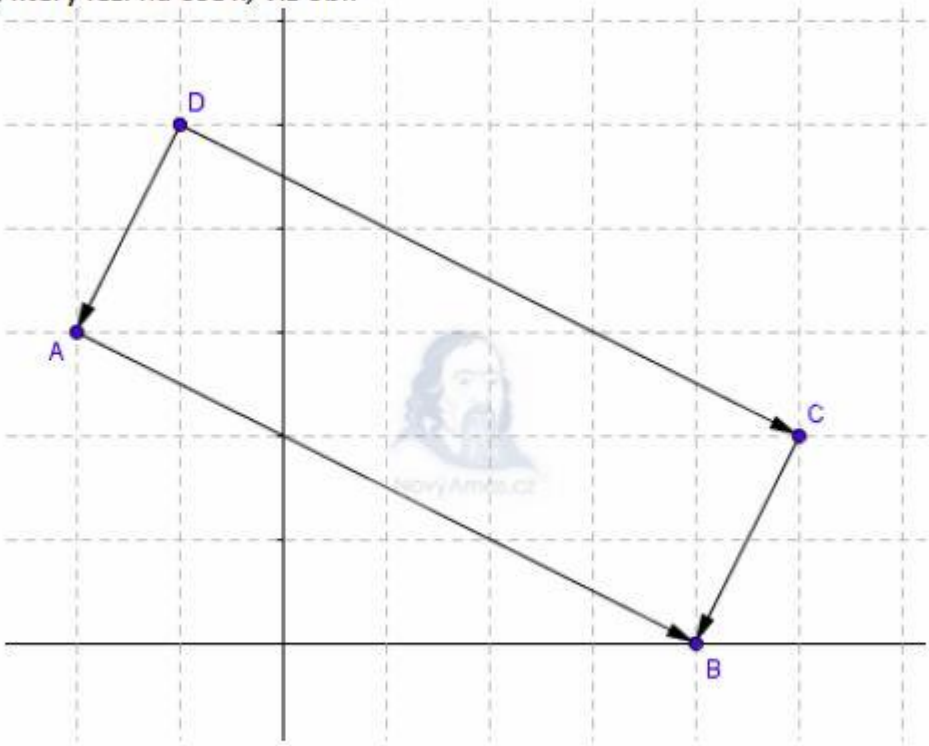
9.1 Určete souřadnice směrového vektoru přímky AB.

9.2 Určete souřadnice vrcholu B.

Řešení úlohy 9

Úloha 9

Pečlivě zakreslíme zadané body **A** a **D**. Následně zakreslíme kolmý vektor k vektoru $\vec{DA}$, tím získáme bod **B**, který leží na ose *x*, viz obr.



Z obrázku je patrné, že směrový vektor $\vec{AB}=(6;-3)$

Bod $B[4;0]$

Zadání úlohy 10

1 bod

10 Pro $n \in \mathbf{N}$ je dán lomený výraz:

$$\frac{2n-\frac{1}{3}}{3\left(1+\frac{n}{9}\right)}$$

Lomený výraz rozšiřte číslem 3 a odstraňte závorky.

Řešení úlohy 10

Úloha 10

$$\frac{3}{3}\cdot\frac{2n-\frac{1}{3}}{3\left(1+\frac{n}{9}\right)}=\frac{2n-\frac{1}{3}}{\left(3+\frac{n}{3}\right)}=\frac{\frac{6n-1}{3}}{\frac{9+n}{3}}=\frac{3(6n-1)}{3(9+n)}=\frac{6n-1}{9+n}$$

Zadání úlohy 11

1 bod

11 Pro veličiny $a \in (0; 2)$, $b \in \mathbf{R}^+$ platí:

$$1 + \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$

Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu a.

Řešení úlohy 11

Úloha 11

$$1+\frac{1}{b}=\frac{2}{ab}$$

$$ab+a=2$$

$$a(b+1)=2$$

$$a=\frac{2}{b+1}$$

Zadání úlohy 12

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Zaváděcí ceny sportovní obuvi jsou o 12,5 % nižší, než jsou běžné ceny. Emil si koupil jedny boty za zaváděcí cenu a později stejné boty za běžnou cenu. Za oba páry bot zaplatil celkem 4 875 Kč.

(CZVV)

max. 2 body

12 **Vypočtěte, kolik korun Emil ušetřil při nákupu prvního páru obuvi.**

Řešení úlohy 12

Úloha 12

zaváděcí cena .....87 ,5% prodejní ceny $\Rightarrow 0{,}875\,x$

konečná cena.....100 % $\Rightarrow x$

$$0{,}875\,x + x = 4875$$

$$1{,}875\,x = 4875$$

$$x = 2600\ Kč$$

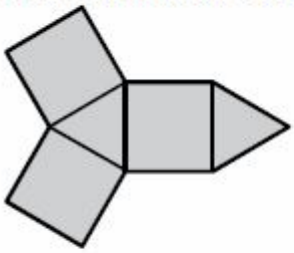
cena se slevou.....0 ,875 x.....2275 Kč

úspora $2600 - 2275 = 325\ Kč$

Zadání úlohy 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Síť tělesa tvoří tři čtverce a dva rovnostranné trojúhelníky.



(CZVV)

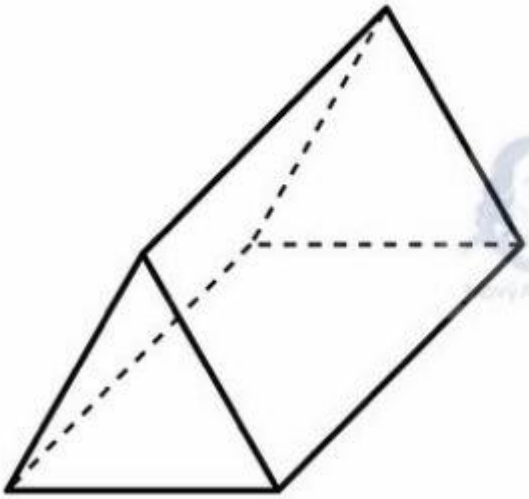
1 bod

13 Určete počet hran složeného tělesa.

Řešení úlohy 13

Úloha 13

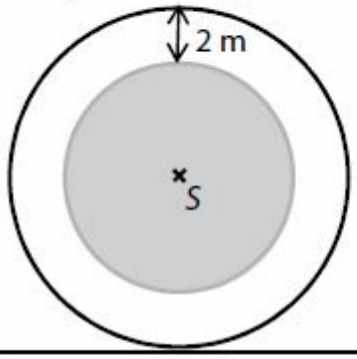
Těleso zobrazené sítí je trojboký hranol viz obrázek. Z něj je patrný počet hran, který je 9.



Zadání úlohy 14

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Kolem kruhové travnaté plochy je 2 m široký chodník. Vnější okraj chodníku tvoří obrubník, jehož délka je 157 m.



(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtěte obsah kruhové travnaté plochy a výsledek zaokrouhlete na desítky m^2.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (použité vzorce, dosazení číselných hodnot, výpočet a jednotky).

Řešení úlohy 14

Úloha 14

$$o = 2\pi r$$

$$157 = 2\pi r$$

Známe délku vnějšího obrubníku, tedy obvod vnější kužnice. Proto:

$$r = \frac{157}{2\pi}$$

$$r = 24{,}987\ m$$

$$r_V = r - 2$$

Vnitřní kružnice má tedy poloměr

$$r_V = 22{,}987\ m$$

$$S = \pi r^2$$

Nyní je možné vypočítat obsah vnitřní kružnice

$$S = \pi\ 22{,}987^2$$

$$S = 1660\ m^2$$

Zadání úlohy 15

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Čajové směsi jsou namíchané ze dvou druhů čaje.

Ve standardní čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 3 a 40gramové balení této směsi se prodává za 42 Kč.

Ve výběrové čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 1 a 50gramové balení této směsi se prodává za 60 Kč.

(CZVV)

max. 3 body

15 Vypočtěte cenu 10 gramů dražšího druhu čaje.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

Řešení úlohy 15

Úloha 15

Ze zadání sestavíme soustavu dvou rovnic:

$$x+3y=42$$

$$2{,}5\,x+2{,}5\,y=60$$

$$-2{,}5\,x-7{,}5\,y=-105$$

$$2{,}5\,x+2{,}5\,y=60$$

$$-5\,y=-45$$

$$y=9\,Kč$$

$$x=15\,Kč$$

10 g dražšího druhu čaje stojí 15 Kč.

Zadání úlohy 16

max. 2 body

16 **Rozhodněte u každé z následujících rovnic (16.1–16.4), zda má pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ právě dvě řešení (A), či nikoli (N).**

		A	N
16.1	$\sin x = \frac{1}{2}$	☐	☐
16.2	$\sin x = \frac{3}{2}$	☐	☐
16.3	$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	☐	☐
16.4	$\sin x = -1$	☐	☐

Řešení úlohy 16

Úloha 16

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$x_1 = 30° \Rightarrow x_2 = 150° \Rightarrow 2\ kořeny \Rightarrow odpověď\ ANO$

$$\sin x = \frac{3}{2}$$

$x = \emptyset \Rightarrow žádný\ kořen \Rightarrow odpověď\ NE$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$x_1 = 300° \Rightarrow x_2 = 240° \Rightarrow 2\ kořeny \Rightarrow odpověď\ ANO$

$$\sin x = -1$$

$x = 270° \Rightarrow 1\ kořen \Rightarrow odpověď\ NE$

Zadání úlohy 17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ platí:

$A = \frac{4}{3} : (2 : x)$

$B = 2 \cdot (x : 6)$

(CZVV)

2 body

17 **Který z následujících výrazů je pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ekvivalentní s výrazem $2A + B$?**

A) $\frac{5x}{3}$

B) $\frac{5x}{4}$

C) $\frac{15}{x}$

D) $\frac{52}{3x}$

E) žádný z uvedených

Řešení úlohy 17

Úloha 17

$$2A+B=2\cdot\frac{4}{3}:\frac{2}{x}+2\cdot\frac{x}{6}=\frac{8}{3}\cdot\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{4x}{3}+\frac{x}{3}=\frac{5x}{3} \quad \Rightarrow A$$

Zadání úlohy 18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V oboru **R** jsou dány rovnice:

I: $2x^2 - 4 = -4x$

II: $(2x-1)^2 = 0$

III: $x^2 - 1 = -(x^2 - 1)$

(CZVV)

2 body

18 **Která z uvedených rovnic nemá řešení?**

A) I a II

B) II a III

C) pouze I

D) pouze III

E) Všechny tři rovnice mají řešení.

Řešení úlohy 18

Úloha 18

$$2x^2-4=-4x$$

$$2x^2+4x-4=0$$

$$D=4^2-4\cdot 2\cdot(-4)=48 \quad \Rightarrow 2\,kořeny$$

$$(2x-1)^2=0x$$

$$4x^2-4x+1=0$$

$$D=(-4)^2-4\cdot 4\cdot 1=0 \quad \Rightarrow 1\,dvojnásobný\,kořen$$

$$x^2-1=-(x^2-1)$$

$$x^2-1=-x^2+1$$

$$2x^2-2=0$$

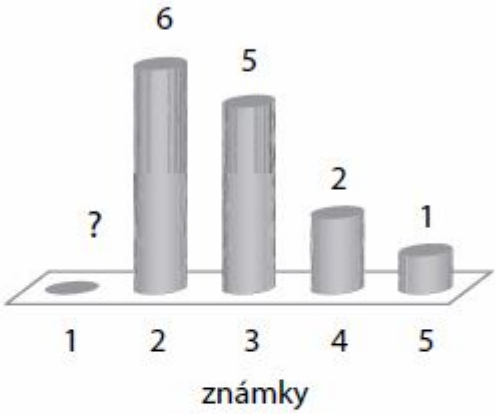
$$D=0^2-4\cdot 2\cdot(-2)=16 \quad \Rightarrow 2\,kořeny$$

Všechny z uvedených rovnic mají řešení, proto odpověď **E**.

Zadání úlohy 19

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 19

Graf udává **četnost známek** z písemné práce, avšak počet jedniček není uveden.
Medián je 2,5.



(CZVV)

2 body

19 Kolik písemných prací bylo oznámkováno?

A) 16

B) 17

C) 18

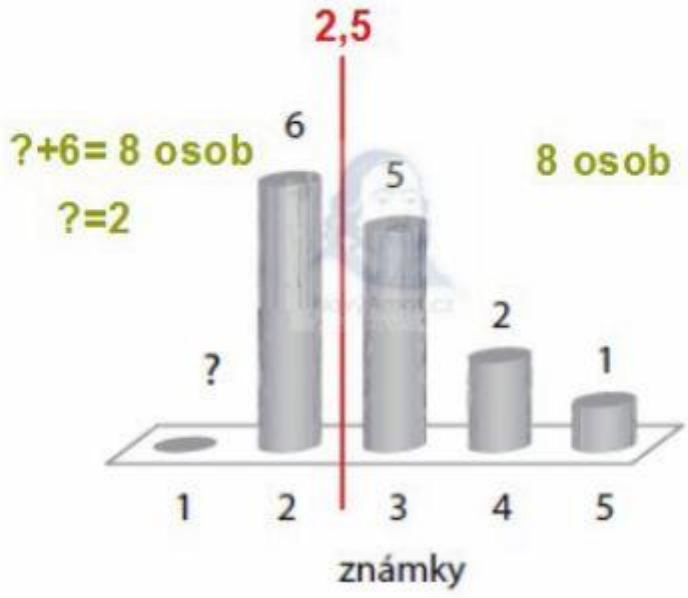
D) 19

E) jiný počet

Řešení úlohy 19

Úloha 19

Medián je prostřední hodnota. Stejný počet osob je tedy před touto i za touto hodnotou, viz obrázek. Celkový počet osob je tedy 16, odpověď **A**.



Zadání úlohy 20

2 body

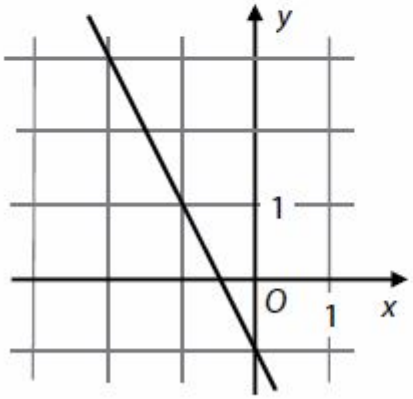
20 Je dána přímka:

$p\colon x = -1 + t,$

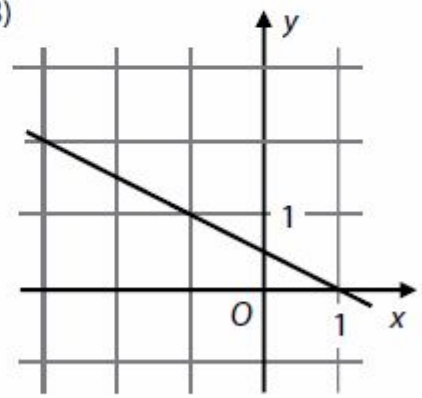
$y = 1 + 2t;\ t \in \mathbf{R}$

Na kterém obrázku je přímka p?

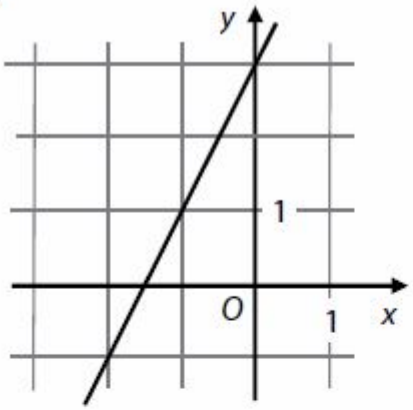
A)



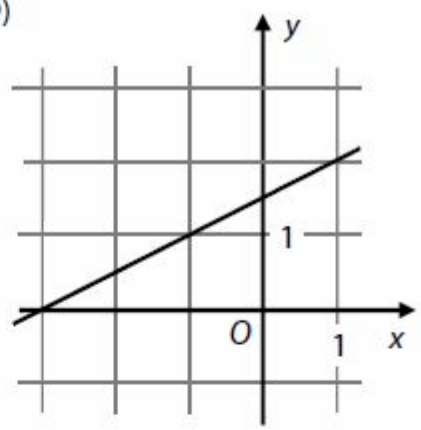
B)



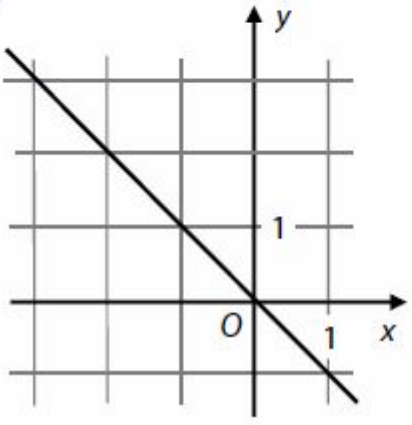
C)



D)



E)



Řešení úlohy 20

Úloha 20

Z parametrického vyjádření přímky vyjádříme předpis funkce.

$$x=-1+t$$

$$y=1+2t$$

$$-2x=2-2t$$

$$y=1+2t$$

$$-2x+y=3$$

$$y=2x+3$$

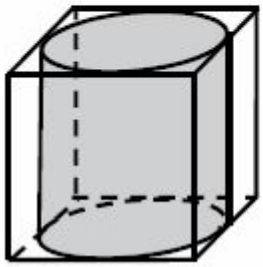
Předpis funkce je $y=2x+3$, jedná se tedy o funkci lineární rostoucí protínající osu *y* v bodě [0;3]

Těmto kritériím vyhovuje graf **C**.

Zadání úlohy 21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Do krabice tvaru krychle je vložen válec o objemu 570 cm³. Válec se dotýká všech stěn krabice.



(CZVV)

2 body

21 **Jaká je výška válce (zaokrouhlená na desetiny cm)?**

A) menší než 8,4 cm

B) 8,5 cm

C) 8,7 cm

D) 9,0 cm

E) větší než 9,1 cm

Řešení úlohy 21

Úloha 21

Válec je umístěn v krychli, výška válce je tedy shodná s průměrem válce. Dosadíme do vrorce pro objem válce, jelikož je tento údaj zadán.

$$V = \pi r^2 v$$

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 d$$

$$V = \pi \frac{d^2}{4} d$$

$$V = \pi \frac{d^3}{4}$$

$$v = d$$

$$570 = \pi \frac{d^3}{4}$$

$$d^3 = 725{,}75$$

$$d = 8{,}99\,cm$$

$$d = 9\,cm$$

$$\Rightarrow D$$

Zadání úlohy 22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Papírová čepice má tvar rotačního kužele. Po straně je slepena lepicí páskou. (Okraje papíru jsou k sobě přiloženy a v místě lepení se nepřekrývají.)

Osovým řezem kužele je rovnostranný trojúhelník s délkou strany 16 cm.

(CZVV)

2 body

22 Kolik cm² papíru je použito na čepici?

A) 96π cm²

B) 128π cm²

C) 192π cm²

D) 256π cm²

E) jiný počet

Řešení úlohy 22

Úloha 22

Jestliže máme vypočítat papír potřebný na zhotovení čepice, budeme počítat povrch p rotačního válce. Jeho osovým řezem je rovnostranný trojúhelník, strana je tedy 16 cm, polon 8 cm, proto:

$S=\pi r s$

$S=\pi 8 \cdot 16$

$S=128\pi \quad \Rightarrow B$

Zadání úlohy 23

2 body

23 V geometrické posloupnosti s kladnými členy platí:

$a_2=\frac{81}{2};\ a_4=\frac{1}{2}$

Do kterého z uvedených intervalů patří třetí člen a_3 posloupnosti?

A) $\langle 1; 4)$

B) $\langle 4; 8)$

C) $\langle 8; 16)$

D) $\langle 16; 32)$

E) $\langle 32; 40\rangle$

Řešení úlohy 23

Úloha 23

Jsou dány hodnoty druhého a čtvrtého členu geometrické posloupnosti. Pokud tedy určíme hodnotu kvocientu, určíme hodnotu druhého členu.

$a_4=a_2 \cdot q^2$

$q^2=\frac{0{,}5}{40{,}5}$

$q^2=\frac{1}{81}$

$q=\frac{1}{9}$

$a_3=a_2 \cdot q$

$a_3=\frac{81}{2} \cdot \frac{1}{9}$

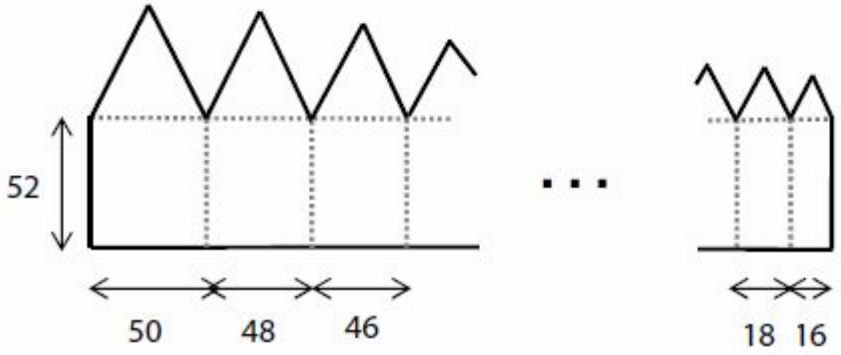
$a_3=4{,}5 \quad \Rightarrow B$

Zadání úlohy 24

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 24

Souvislý rovinný obrazec se skládá z několika „domečků“ tvořených vždy obdélníkem a rovnostranným trojúhelníkem.

Šířka prvního obdélníku je 50 cm, každý následující obdélník je o 2 cm užší. Poslední obdélník má šířku 16 cm. Všechny obdélníky mají délku 52 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm.

(CZVV)

2 body

24 Jaký je obvod celého obrazce?

A) 1 688 cm

B) 1 735 cm

C) 1 784 cm

D) 1 886 cm

E) jiný obvod

Řešení úlohy 24

Úloha 24

Ze zadání je patrné, že se jedná o aritmetickou poslpoupnost s diferencí -2.

Hodnota prvního členu je $a_1=50$, hodnota posledního členu je $a_n=16$ Určíme počet členů posloupnosti, následně součet této posloupnosti.

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

$$16=50+(n-1)(-2)$$

$$16=50-2n+2$$

$$n=18$$

$$s_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$$

$$s_n=\frac{18}{2}(50+16)$$

$$s_n=594$$

Jelikož je střecha každého domečku tvořena rovnostranným trojůhelníkem, pak jsou tyto posloupnosti v celém obrazci třikrát. Ještě je pro výpočet obvodu nutné připočíst boční strany o délkách 52.

Proto: $594+594+594+52+52=1886 \quad \Rightarrow D$

Zadání úlohy 25

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 25

Ze skupiny 10 dětí se vybírá **tříčlenná** skupina. Mezi dětmi je jediný Adam a jediná Bohunka. Vybraná skupina musí splňovat ještě některou z dalších stanovených podmínek.

(CZVV)

max. 4 body

25 Pro každou z následujících podmínek (25.1–25.4) určete, kolika způsoby (A–F) je možné tříčlennou skupinu vybrat.

25.1 Ve skupině není Adam ani Bohunka. _____

25.2 Ve skupině je Adam i Bohunka. _____

25.3 Ve skupině je Adam, ale není v ní Bohunka. _____

25.4 Ve skupině je Adam. _____

A) 28

B) 36

C) 56

D) 72

E) 336

F) jiným počtem

Řešení úlohy 25

Úloha 25

Vybíráme ze skupiny deseti dětí vždy tři. Mezi deseti dětmi jsou Adam a Bohunka. Nezáleží nám na pořadí výběru, jedná se tedy o kombinace.

Ve skupině **není** Adam ani Bohunka. Trojice je tedy vybírána z osmi dětí. $\binom{8}{3}=56 \quad \Rightarrow C$

Ve skupině **je** Adam **i** Bohunka. Dvě děti jsou jasné, jedno se tedy vybírá z osmi $\binom{8}{1}=8 \quad \Rightarrow F$

Ve skupině **je** Adam, ale **není** Bohunka. Jedno dítě je jasné, Adam, další dvě se vybírají z osmi $\binom{8}{2}=28 \quad \Rightarrow A$

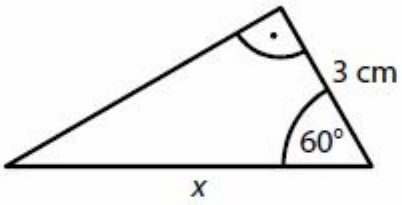
Ve skupině **je** Adam. Jedno dítě je jasné, Adam, ostatní dvě se vybírají z devíti. $\binom{9}{2}=36 \quad \Rightarrow B$

Zadání úlohy 26

max. 3 body

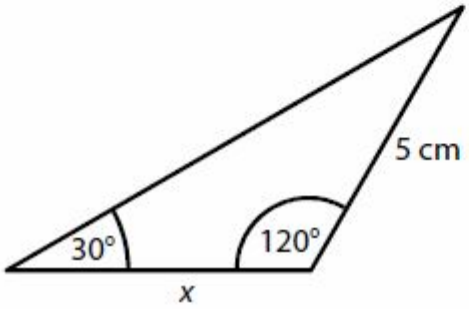
26 **Přiřaďte ke každému trojúhelníku (26.1–26.3) určenému trojicí veličin délku strany x (A–E).**

26.1



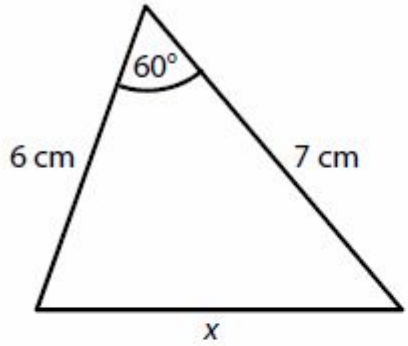
_____

26.2



_____

26.3



_____

A) $x < 4$ cm

B) $x = 4$ cm

C) $x = 5$ cm

D) $x = 6$ cm

E) $x > 6$ cm

Řešení úlohy 26

Všechny testy z matematiky předchozích let on-line:

testy 2016 | **testy 2015** | **testy 2014** | **testy 2013** | **testy 2012** | **testy 2011** | **testy 2010**

Řešení a postup didaktických testů z matematiky 2015 pro všechny maturanty připravil Nový Amos. Zadání didaktických testů z matematiky 2015 pu s písemným souhlasem Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání (CZVV), další šíření a publikování materiálů oficiálního webu novamaturita á autorskému zákonu.

Úloha 26

Jedná se o pravoúhlý trojúhelník, můžeme stranu x dopočítat goniometrickou funkcí cosinus, tedy

$$\cos 60° = \frac{3}{x}$$

$$x = 6\,cm \quad \Rightarrow D$$

Jedná se o obecný trojúhelník, stranu x dopočítáme sinovou vědou, tedy

$$\frac{5}{\sin 30°} = \frac{x}{\sin 30°}$$

$$x = 5 \quad \Rightarrow C$$

nebo je také patrvé, že se jedná o rovnoramenný trojúhelník, proto jsou si strany x a strana délky 5 cm rovny.

Stranu x dopočítáme kosinovou větou, tedy

$$x^2 = 6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \cos 60°$$

$$x^2 = 43$$

$$x = 6{,}56 \quad \Rightarrow E$$

Tweet To se mi líbí 4

Příspěvek byl publikován 4.5.2015 [https://www.statnimaturita-matika.cz/reseni-testu-2015-jaro] | Rubrika: Řešení | Štítky: Algebraické výrazy, Analytická geometrie, Číselné obory, Funkce, Kombinatorika, Nerovnice, Planimetrie, Posloupnost, Pravděpodobnost, Rovnice, Stereometrie.

36 komentářů u „Výsledky a řešení jarního matematického testu 2015“

Jenda
4.5.2015 | 21:08