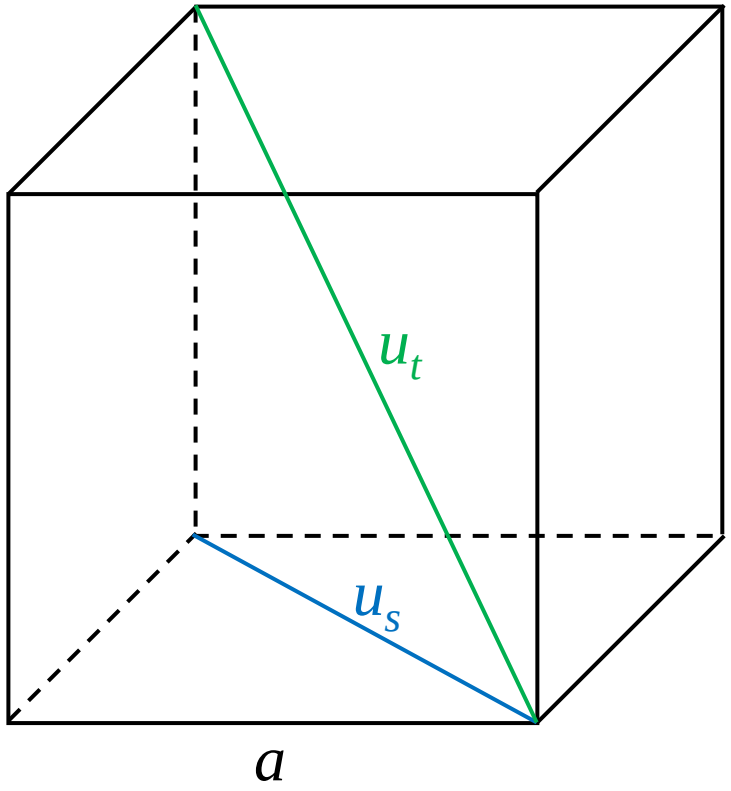
Objemy a povrchy těles

Krychle

Pravidelný šestistěn (hexaedr):



$$V = a^3$$

$$S = 6a^2$$

stěnová úhlopříčka:

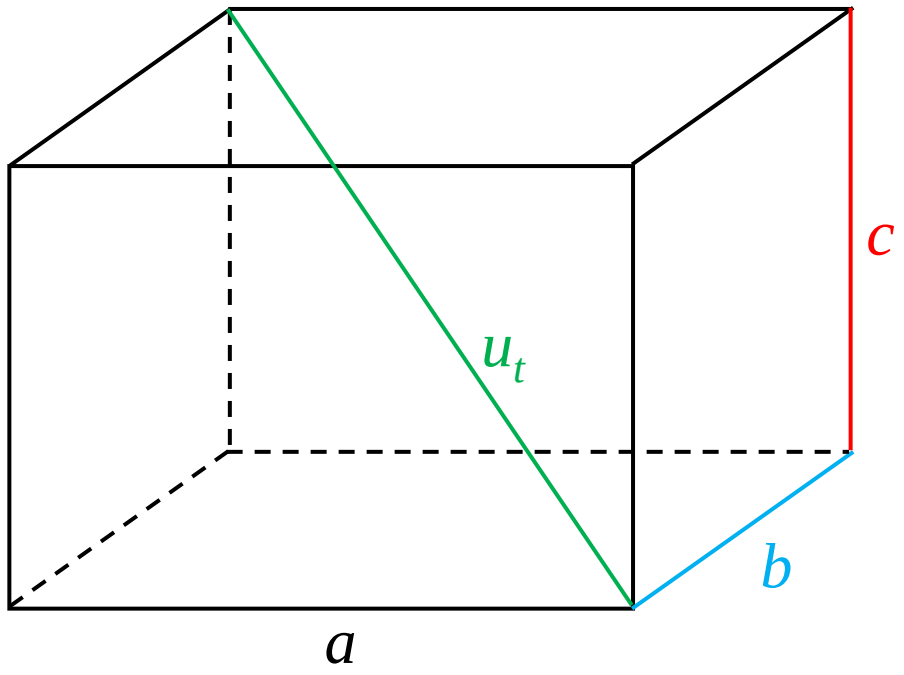
$$u_s = a\sqrt{2}$$

tělesová úhlopříčka:

$$u_t = a\sqrt{3}$$

Krychle má šest stěn, osm vrcholů a dvanáct hran.

Kvádr



$$V = a \cdot b \cdot c$$

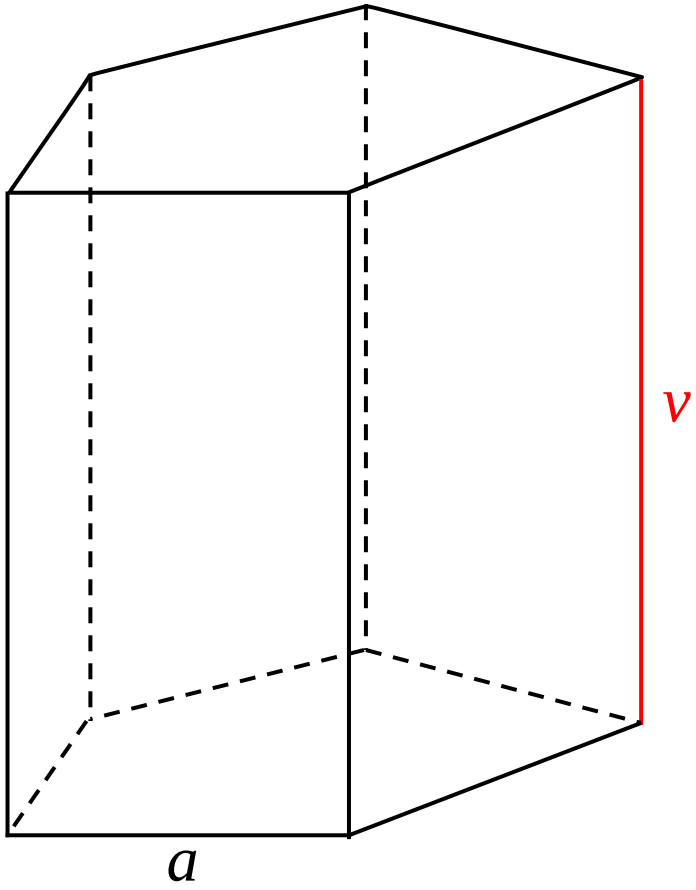
$$S = 2(ab + bc + ac)$$

tělesová úhlopříčka:

$$u_t = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Kvádr má šest stěn, osm vrcholů a dvanáct hran.

Hranol – podstavy jsou rovnoběžné a tvoří je shodné n-úhelníky, boční stěny jsou rovnoběžníky



a – podstavná hrana (u pravidel-ných hranolů mají všechny podstavné hrany stejnou délku)

v – boční hrana (její délka se nazývá **výška hranolu = vzdálenost podstav**)

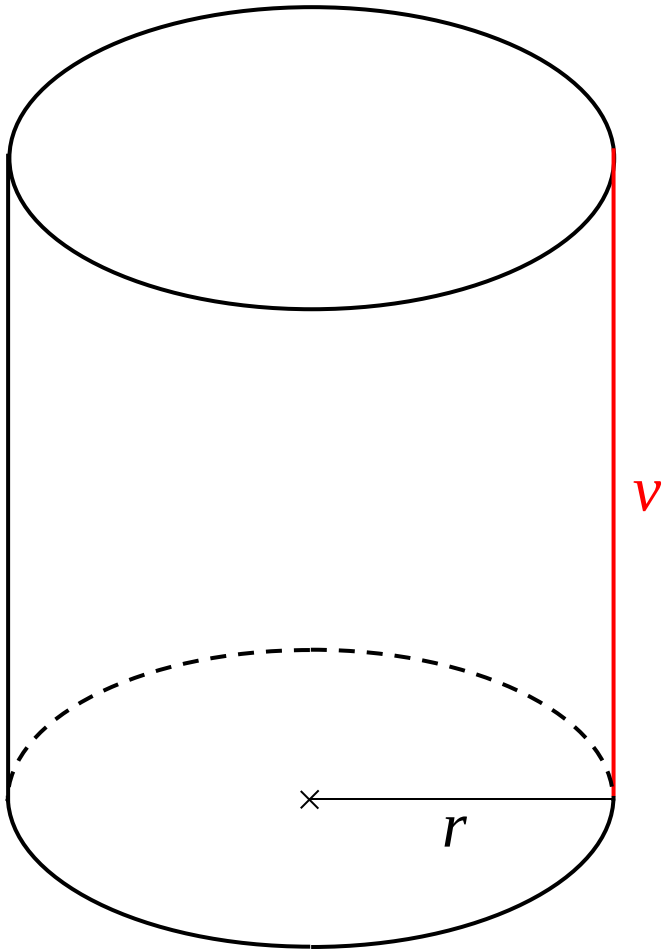
$$V = S_p \cdot v$$

$$S = 2S_p + S_{pl}$$

Pokud jsou boční hrany rovnoběžné, ale nejsou kolmé k podstavě, nazýváme takové těleso **kosý hranol.**

Výška pak není totožná s boční hranou!!!

Válec – rotační těleso (rotace obdélníku kolem své strany)



r – poloměr podstavy

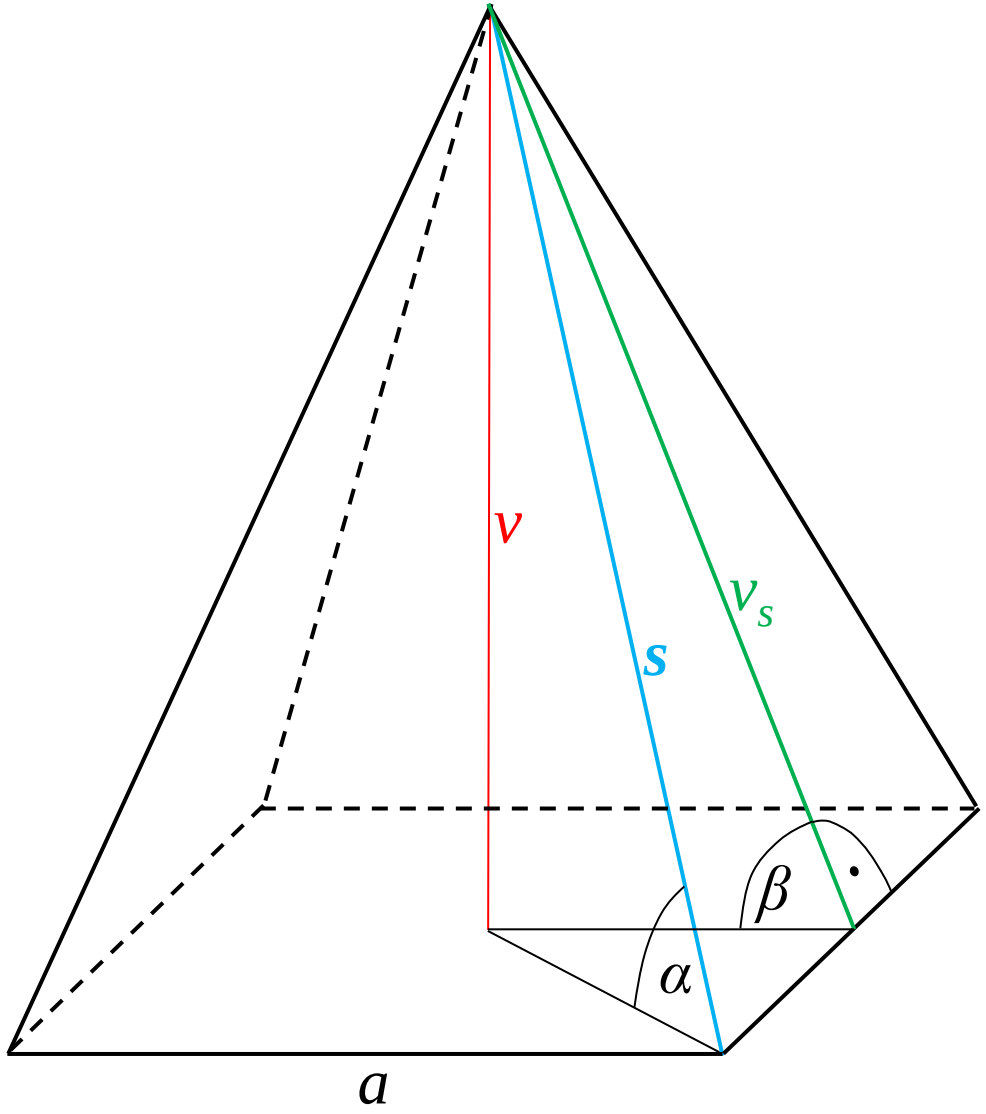
v – výška válce

Pokud jsou boční hrany vzájemně rovnoběžné, ale nejsou kolmé k podstavě, nazýváme takový **válec kosý** (válec je zešikmený).

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2\pi r(r + v)$$

Jehlan - podstava je mnohoúhelník, boční stěny jsou trojúhelníky



a – podstavná hrana

s – boční hrana

v – výška jehlanu

v_s – výška boční stěny

α – úhel boční hrany

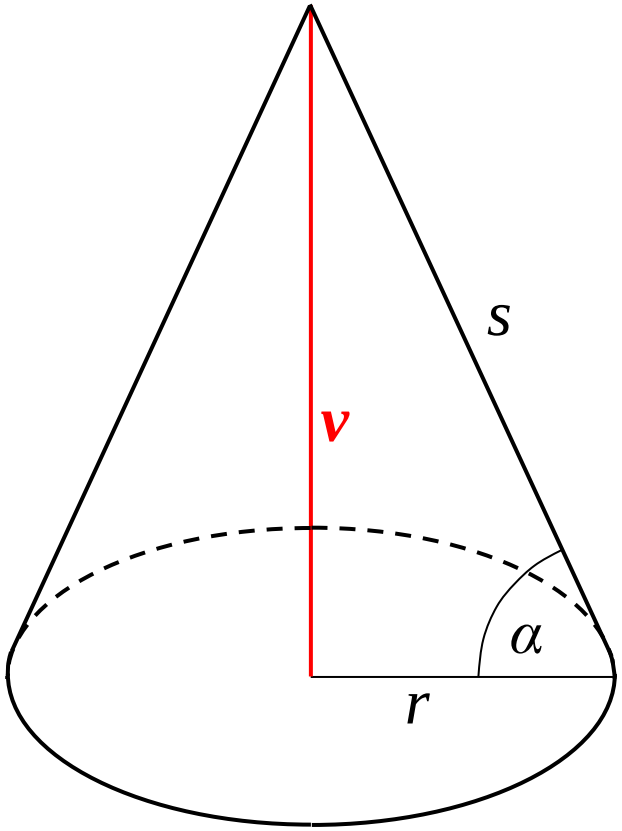
β – úhel boční stěny

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$S = S_p + S_{pl}$$

Jehlany, které mají podstavu tvaru pravidelného mnohoúhelníku, nazýváme **pravidelné**.

Kužel - (rotační těleso – rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem odvěsny)



v – výška kužele

r – poloměr podstavy

s – délka strany kužele

α – úhel boční strany

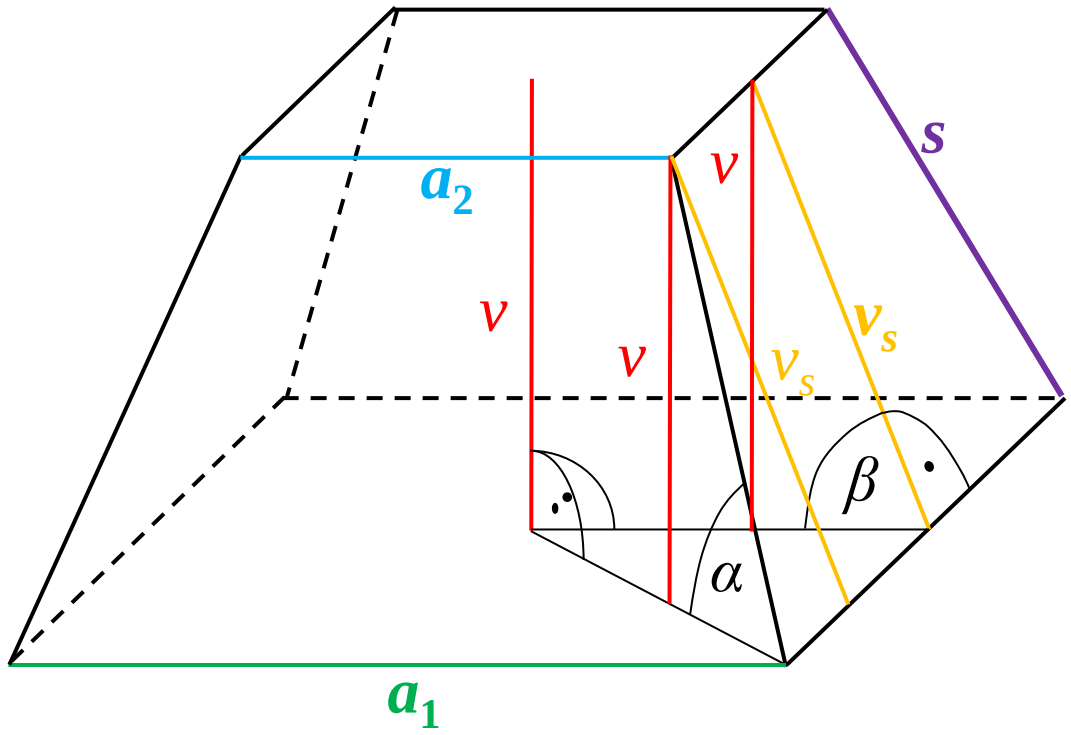
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$$

$$S = \pi r^2 + \pi r s = \pi r(r + s)$$

Pokud výška kužele neprochází středem podstavy, nazýváme takový kužel **kosý** (kužel je zešikmený).

Existují i další kužele – eliptický (podstavou je elipsa) ad.

Komolý jehlan



a_1 – spodní podstavná hrana

a_2 – horní podstavná hrana

s – boční hrana

v – výšky jehlanu

v_s – výška boční stěny

α – úhel boční hrany

β – úhel boční stěny

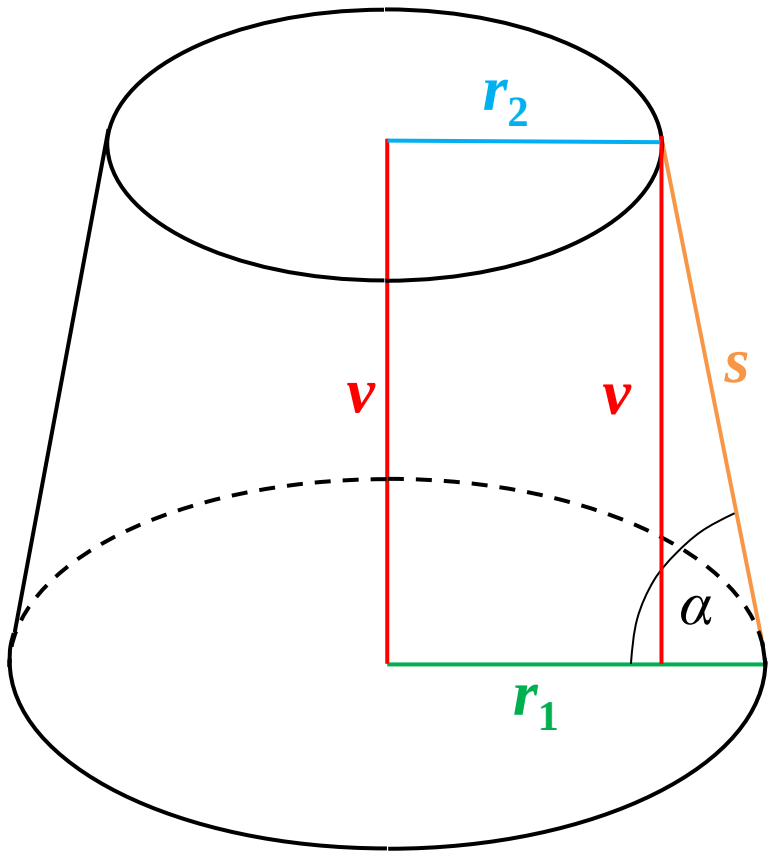
$$V = \frac{v}{3}\left(S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2\right)$$

$$S = S_1 + S_2 + S_{pl}$$

Pro praktické výpočty je vhodnější výška spuštěná z vrcholu menší podstavy, případně výška spuštěná ze středu kratší podstavné hrany.

Komolé jehlany, které mají podstavy tvaru pravidelného n-úhelníku, nazýváme **pravidelné n-boké.**

Komolý (rotační) kužel



v – výška kužele

r_1 – poloměr spodní podstavy

r_2 – poloměr horní podstavy

s – délka strany kužele

α – úhel boční strany

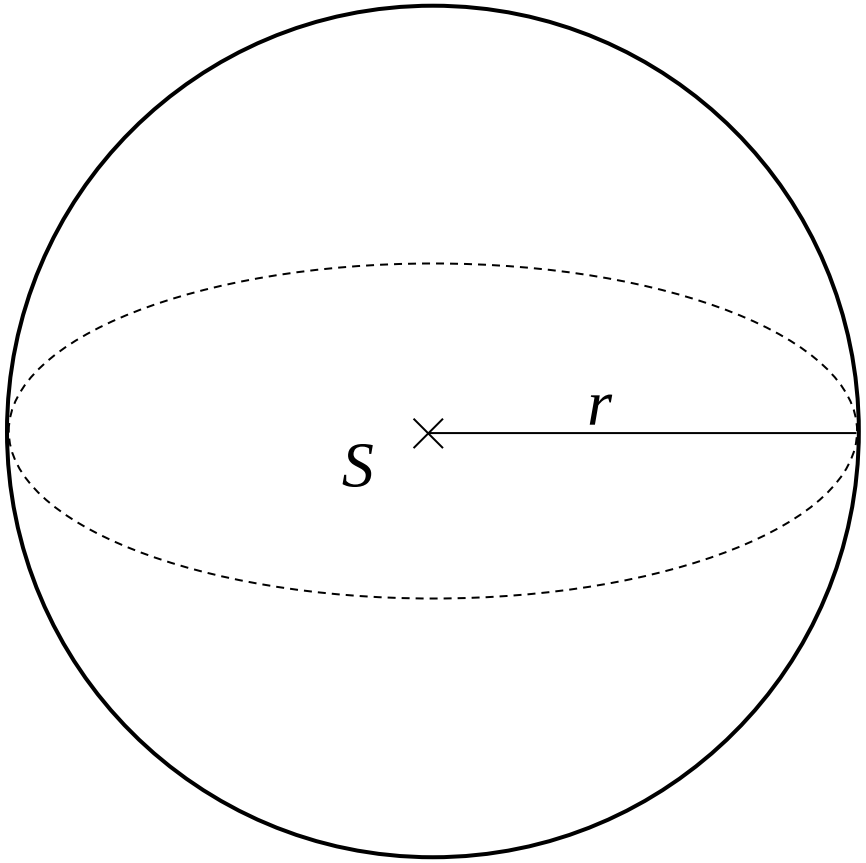
$$V = \frac{\pi v}{3}({r_1}^2 + r_1 \cdot r_2 + {r_2}^2)$$

$$S = \pi[{r_1}^2 + {r_2}^2 + s(r_1 + r_2)]$$

Pokud spojnice středů podstav není kolmá k podstavám, nazýváme takový **kužel kosý** (kužel je zešikmený).

Existují i další komolé kužele – eliptický (podstavou je elipsa) ad.

Koule



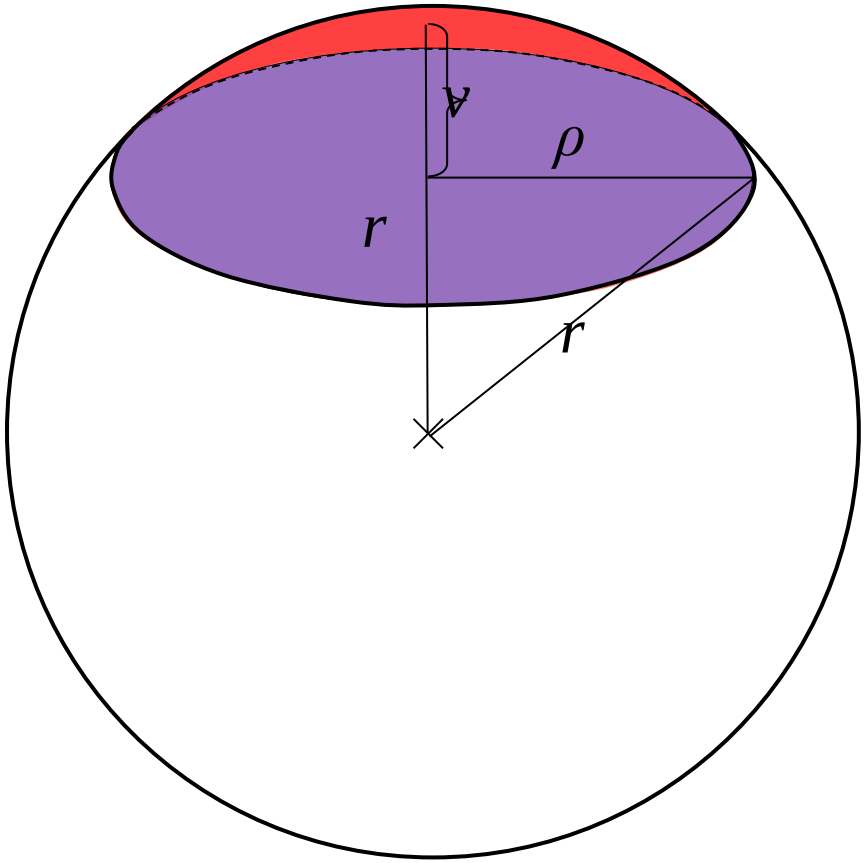
S – střed koule

r – poloměr koule

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Části koule – úseč



r – poloměr koule

ρ – poloměr úseče

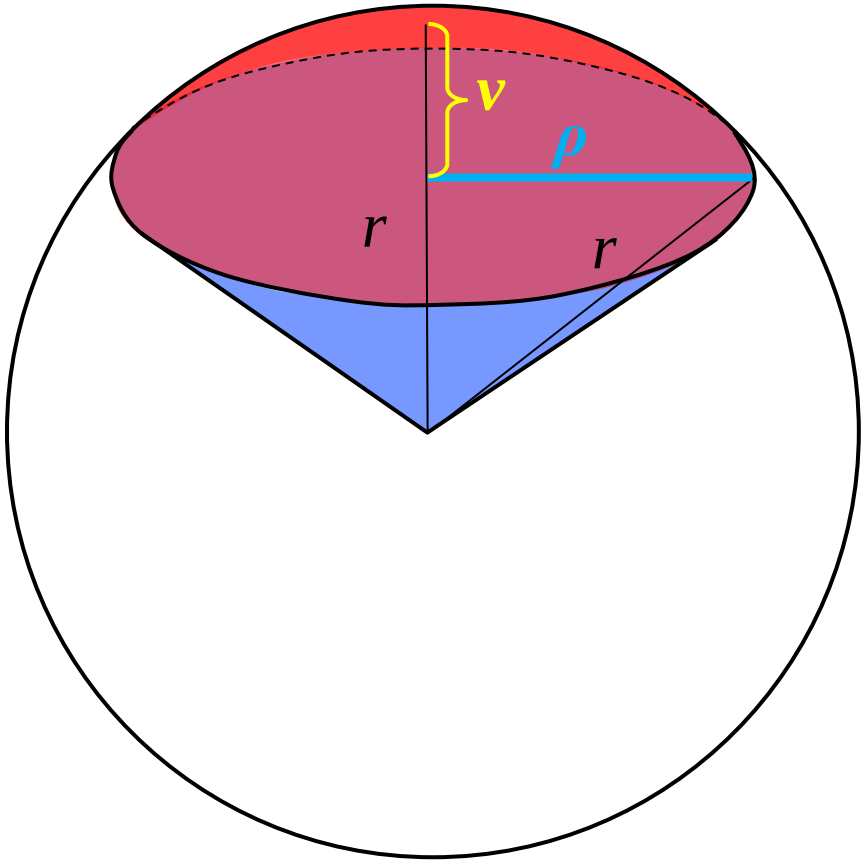
v – výška úseče

Povrch úseče se skládá z podstavy a z pláště, kterému se říká vrchlík.

$$V = \frac{1}{6}\pi v(3\rho^2 + v^2)$$

$$S = 2\pi r v + \pi\rho^2$$

Části koule – výseč



r – poloměr koule

ρ – poloměr výseče

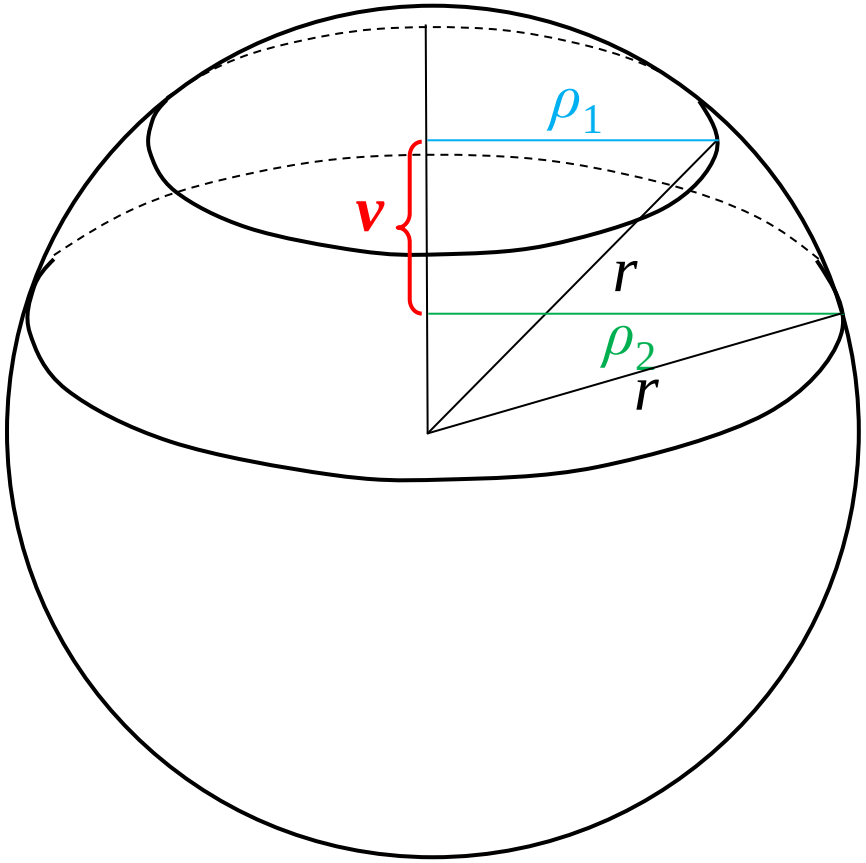
v – výška výseče

Povrch výseče se skládá z vrchlíku a z pláště kužele.

$$V = \frac{2}{3}\pi r^2 v$$

$$S = 2\pi r v + \pi r \rho = \pi r(2v + \rho)$$

Části koule – kulová vrstva a pás



r – poloměr koule

ρ_1 – poloměr horní podstavy

ρ_2 – poloměr dolní podstavy

v – výška vrstvy

Povrch kulové vrstvy se skládá z podstav a pláště, kterému se říká kulový pás.

$$V = \frac{1}{6}\pi v(3{\rho_1}^2 + 3{\rho_2}^2 + v^2)$$

$$S = \pi{\rho_1}^2 + \pi{\rho_2}^2 + 2\pi r v$$